# CORRESPONDANCE

SUR

# L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE,

Rédigée par M. Hachette.

## N°. 7. *Janvier* 1807. (1)

## §. I. ANALYSE APPLIQUÉE A LA GÉOMÉTRIE.

### PROBLÊME.

*Trouver l'équation de la surface développable qui a pour arête de rebroussement une courbe à double courbure, dont on connoît l'équation unique aux différences ordinaires ?*

Solution *par M.* Monge.

Soient $\alpha$, $\varphi\alpha$, $\psi\alpha$ les trois coordonnées d'un point de la courbe, correspondantes aux $z, x, y$; l'équation unique aux différences ordinaires de cette courbe sera représentée par

$$F\left\{\alpha, \varphi, \psi, \varphi', \psi'\right\} = 0,$$

dans laquelle la fonction $F$ est donnée. Il est clair qu'il ne s'agit que de trouver les valeurs des cinq quantités $\alpha$, $\varphi$, $\psi$, $\varphi'$, $\psi'$, en $x, y, z$, et leurs dérivées, et de les substituer dans l'équation $F=0$; ce sont ces valeurs que je vais chercher.

On sait que l'équation du plan tangent à la surface développable qui passe par le point considéré sur l'arête de rebroussement, est

$$z-\alpha = p(x-\varphi) + q(y-\psi) \;\ldots\ldots\ldots (A)$$

De plus, il est évident que les deux plans tangens qui suivent le

(1) Deuxième édition, avril 1810.

précédent passent encore par le même point de l'arête de rebroussement; car le second coupe le premier dans la tangente à la courbe, et passe par conséquent par le point de contact qui est celui que l'on considère; et le troisième coupe le second dans la tangente suivante qui passe aussi par le même point. Donc, on peut différentier l'équation $(A)$ deux fois de suite, en regardant $\alpha$ comme seule variable, ce qui donne

$$p\varphi' + q\psi' = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (B)$$
$$p\varphi'' + q\psi'' = 0.$$

D'après cela, on peut donc différentier $(A)$ et $(B)$ en regardant $\alpha$ comme constante; on aura donc aussi

$$(x-\varphi)\,dp + (y-\psi)\,dq = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (C)$$
$$\varphi'\,dp + \psi'\,dq = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (D)$$

enfin $(D)$ étant la différentielle de $(C)$ prise en regardant $\alpha$ comme seule variable, il s'ensuit qu'on peut différentier $(C)$ en regardant $\alpha$ comme constante, ce qui donne

$$(x-\varphi)\,ddp + (y-\psi)\,ddq + dpdx + dqdy = 0 \ldots (E)$$

Donc, si des cinq équations $(A)$, $(B)$, $(C)$, $(D)$, $(E)$, on tire les valeurs des cinq quantités $\alpha$, $\varphi$, $\psi$, $\varphi'$, $\psi'$, pour les substituer dans $F=0$, on aura en $x$, $y$, $z$, $p$, $q$, $dp$, $dq$, $ddp$, $ddq$, l'équation de la surface demandée.

Or, les cinq équations $(A)$, $(B)$, $(C)$, $(D)$, $(E)$ donnent

$$(x-\varphi)(dpddq - dqddp) = dq\,(dpdx + dqdy),$$
$$(y-\psi)(dpddq - dqddp) = -dp\,(dpdx + dqdy),$$
$$(y-\alpha)(dpddq - dqddp) = (pdq - qdp)(dpdx + dqdy),$$
$$\varphi'(pdq - qdp) = dq,$$
$$\psi'(pdq - qdp) = dp,$$

on a donc

$$\varphi = x - \frac{dp\,(dpdx + dqdy)}{dpddq - dqddp},$$
$$\psi = y + \frac{dp\,(dpdx + dqdy)}{dpddq - dqddp},$$

$$\alpha = z - \frac{(pdq - qdp)(dpdx + dqdy)}{dpddq - dqddp},$$

$$\varphi' = \frac{dq}{pdq - qdp}, \quad \psi' = \frac{-dp}{pdq - qdp}.$$

Ainsi, en substituant ces valeurs dans $F = 0$, on aura une équation aux différences mêlées partielles, qui sera celle de la surface développable demandée.

Si l'on veut appliquer ce résultat à l'arête de rebroussement de la surface du canal circulaire dont l'axe quelconque est dans le plan des $x, y$, on sait que son équation aux différences ordinaires est

$$z^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) = a^2(dx^2 + dy^2),$$

$a$ étant le rayon du canal,

ou
$$z = a\frac{\sqrt{dx^2 + dy^2}}{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}$$

ou enfin
$$z = a\frac{\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2}}{\sqrt{1 + \varphi'^2 + \psi'^2}},$$

substituant, on aura pour équation aux différences mêlées de la surface développable

$$z - \frac{(pdq - qdp)(dpdx + dqdy)}{dpddq - dqddp} = \frac{a\sqrt{dp^2 + dq^2}}{\sqrt{dp^2 + dq^2 + (pdq - qdp)^2}}$$

---

## Théorême (1)

Si, par le centre d'une sphère du rayon $r$, on conçoit trois plans coordonnés perpendiculaires entre eux, puis trois droites perpendiculaires entre elles qui coupent la sphère en trois points $L, M, N$, dont les coordonnées rectangulaires sont, pour le premier, $\alpha', \beta', \gamma'$; pour le second, $\alpha'', \beta'', \gamma''$; pour le troisième, $\alpha''', \beta''', \gamma'''$, on a entre ces neuf quantités les six équations suivantes :

(1) M. Monge m'a envoyé la démonstration de ce théorême, de Rome, le 6 floréal an 6 (25 avril 1798).

$$\alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2 = r^2 \,..\, (1)$$
$$\alpha''^2 + \beta''^2 + \gamma''^2 = r^2 \,..\, (2)$$
$$\alpha'''^2 + \beta'''^2 + \gamma'''^2 = r^2 \,..\, (3)$$
$$\alpha'\alpha'' + \beta'\beta'' + \gamma'\gamma'' = 0 \,...\, (4)$$
$$\alpha''\alpha''' + \beta''\beta''' + \gamma''\gamma''' = 0 \,...\, (5)$$
$$\alpha'''\alpha' + \beta'''\beta' + \gamma'''\gamma' = 0 \,...\, (6)$$

on déduit, par des considérations géométriques, les six autres équations suivantes :

$$\alpha'^2 + \alpha''^2 + \alpha'''^2 = r^2 \,..\, (7)$$
$$\beta'^2 + \beta''^2 + \beta'''^2 = r^2 \,..\, (8)$$
$$\gamma'^2 + \gamma''^2 + \gamma'''^2 = r^2 \,..\, (9)$$
$$\alpha'\beta' + \alpha''\beta'' + \alpha'''\beta''' = 0 \,..\, (10)$$
$$\beta'\gamma' + \beta''\gamma'' + \beta'''\gamma''' = 0 \,..\, (11)$$
$$\gamma'\alpha' + \gamma''\alpha'' + \gamma'''\alpha''' = 0 \,..\, (12)$$

*Démonstration.*

Les trois points $L$, $M$, $N$, étant sur la sphère du rayon $r$, on a évidemment les trois équations (1), (2), (3); l'équation (4) exprime que le plan qui passe par les points $L$ et $M$, et le centre de la sphère, est perpendiculaire à la droite qui passe par ce centre et le point $N$ : les deux autres équations (5) et (6) expriment deux conditions semblables, c'est-à-dire, que les trois points $L$, $M$, $N$, sont à 90° les uns des autres, il s'agit maintenant de prouver que des équations (1), (2), (3), (4), (5), (6), on en peut déduire les six autres.

Les trois plans coordonnés entre eux se coupent suivant trois droites qui rencontrent la sphère en trois points $A$, $B$, $C$; soient les coordonnées de ces points par rapport aux trois plans rectangulaires menés par le centre de la sphère et les points $L$, $M$, $N$, pour le premier, $a'$, $b'$, $c'$; pour le second, $a''$, $b''$, $c''$; pour le troisième, $a'''$, $b'''$, $c'''$, on aura évidemment les six équations suivantes :

$$a'^2 + b'^2 + c'^2 = r^2.$$
$$a''^2 + b''^2 + c''^2 = r^2.$$
$$a'''^2 + b'''^2 + c'''^2 = r^2.$$
$$a'a'' + b'b'' + c'c'' = 0.$$
$$a''a''' + b''b''' + c''c''' = 0.$$
$$a'''a' + b'''b' + c'''c' = 0.$$

Or, chacune des neuf coordonnées $a'$, $b'$, $c'$, $a''$, $b''$, $c''$, $a'''$, $b'''$, $c'''$ a son égale dans les neuf coordonnées $\alpha'$, $\beta'$, $\gamma'$, $\alpha''$, $\beta''$, $\gamma''$, $\alpha'''$, $\beta'''$, $\gamma'''$ : par exemple, on a $c'''=\gamma'$ ; en effet, nommant $O$ (fig. 1) le centre de la sphère, et désignant les droites et les plans par les points qui les déterminent, les droites $OL$ et $OC$ sont perpendiculaires, la première au plan $OAB$, la seconde au plan $OMN$; or, l'angle de ces deux plans est égal à l'angle des deux droites, donc l'angle de la droite $OL$ et du plan $OMN$ est égal à l'angle de la droite $OC$ et du plan $OAB$ ; mais les sinus de ces angles pour le rayon $r$, sont $\gamma'$ et $c'''$, donc on a $c'''=\gamma'$ ; en raisonnant de la même manière on trouvera :

$$\begin{array}{lll} c'=\alpha', & b'=\alpha'', & a'=\alpha'''. \\ c''=\beta', & b''=\beta'', & a''=\beta'''. \\ c'''=\gamma', & b'''=\gamma'', & a'''=\gamma'''. \end{array}$$

Substituant ces valeurs dans les six dernières équations, on obtient les équations (7), (8), (9), (10), (11), (12).

*Nota*. M. Lagrange est parvenu aux mêmes résultats par une méthode analytique, dans un mémoire imprimé dans le volume de Berlin, 1773.

On trouvera dans ce numéro une autre démonstration analytique de ces théorêmes de géométrie, qui m'a été communiquée par M. Poisson. H.

---

## *De quelques propriétés des rayons de courbure d'une surface.*

### Par M. Hachette.

Les résultats d'analyse qui excitent un véritable intérêt, sont ceux d'où l'on déduit l'explication des phénomènes naturels; la recherche des rayons de courbure d'une surface ou des sections faites dans cette surface, paroîtroit encore un objet de pure curiosité, si l'explication de la capillarité donnée par M. *Laplace*, n'étoit pas une nouvelle preuve que les vérités mathématiques les plus abstraites sont comme des pierres d'attente qui doivent servir de base au système de nos connoissances physiques.

Les forces qui agissent dans les tubes capillaires étant de la nature de celles qu'on regarde comme la cause des actions chimiques, l'application du calcul à ce genre de forces est, dans l'histoire des sciences, une époque très-remarquable; elle est d'ailleurs un nouveau lien de la physique et de la géométrie.

La théorie des tubes capillaires conduit à ce résultat « que

» l'action d'un corps de figure quelconque sur le fluide renfermé
» dans un canal infiniment étroit, perpendiculaire en un point
» quelconque de sa surface, est égale à la demi-somme des actions
» des deux sphères qui auroient pour rayons le rayon osculateur
» d'une section quelconque de la surface par un plan mené per-
» pendiculairement à la surface par ce point, et le rayon oscula-
» teur de la section formée par un plan perpendiculaire au
» premier. »

La même théorie s'applique à l'adhésion des corps à la surface des fluides, ainsi qu'à l'attraction et à la répulsion apparente des petits corps qui nagent à la surface des fluides; M. *Monge* avoit déjà fait voir que ces attractions et répulsions étoient une conséquence de la capillarité (*Voyez* les Mémoires de l'Académie de Paris, année 1787); si on se rappelle que c'est aux mêmes savans qu'on doit la plus belle expérience de ce siècle, la *composition de l'eau* (1), on sera pénétré d'admiration pour les génies qui, à l'exemple de Newton, perfectionnent à-la-fois les sciences physiques et mathématiques.

### PREMIER THÉORÊME.

Si, par un point quelconque d'une surface courbe, on trace une ligne sur cette surface, elle sera touchée suivant cette ligne par une surface développable telle, que les deux sections normales menées par une droite quelconque de la surface développable et la tangente à la ligne tracée sur la surface donnée, ont des rayons de courbure dont la somme est égale à la somme des rayons de courbure de cette dernière surface. (Voyez l'énoncé de cette proposition, par M. *Dupin*, n° 6 de cette Correspondance).

### *Démonstration analytique.*

Soient $x'$, $y'$, $z'$ les coordonnées d'un point quelconque d'une surface courbe pour lequel on a

$$dz' = p'd'z' + q'dy', \quad dp' = r'dx' + s'dy', \quad dq' = s'dx' + t'dy'$$

l'équation du plan tangent en ce point est

$$z - z' = p'(x - x') + q'(y - y'),$$

(1) M. Monge avoit commencé cette expérience à Mézières, dès le mois d'avril 1783; elle fut faite à-peu-près dans le même temps, en Angleterre, par M. Cavendish, sans que M. Monge en eût connoissance.

$x, y, z$ étant les coordonnées d'un point quelconque du plan : $\frac{dy'}{dx'}$ détermine la direction de la tangente à la ligne de contact de la surface proposée et de la surface développable ; soit $m'$ la valeur de $\frac{dy'}{dx'}$ pour cette tangente ; en différentiant l'équation du plan tangent par rapport à $x', y', z'$, elle devient

$$dp'(x-x') + dq'(y-y') = 0,$$

ou $(r'dx' + s'dy')(x-x') + (s'dx' + t'dy')(y-y') = 0.$

Mettant dans cette dernière équation pour $\frac{dy'}{dy'}$ sa valeur $m'$, on a

$$(r' + s'm')(x-x') + (s' + t'm')(y-y') = 0,$$

d'où l'on tire $\frac{dy}{dx} = m = \frac{-(r' + s'm')}{s' + t'm'}$ ; cette valeur $m$ détermine la direction de la droite de la surface développable circonscrite à la surface proposée.

Si on nomme $a$ le rayon de la sphère osculatrice qui touche la surface proposée au point $x', y', z'$, suivant la courbe dont la tangente est déterminée par $\frac{dy'}{dx'} = m'$, on aura

$$a = \frac{-\sqrt{1+p'^2+q'^2}\,(1+p'^2+2p'q'm'+(1+q'^2)m'^2)}{r'+2s'm'+t'm'^2};$$

pour simplifier cette expression, on peut supposer le plan des $x, y$ parallèle au plan qui touche la surface au point $x', y'\, z'$ ; d'après cette hypothèse, on a $p'=0$, $q'=0$, et la valeur de $a$ devient $\frac{-(1+m'^2)}{r'+2s'm'+t'm'^2}$.

Par la même raison, la valeur $a'$ de $a$, correspondant à $\frac{dy}{dx} = m$ est $\frac{-(1+m^2)}{r'+2s'm+t'm^2}$, il s'agit donc de démontrer que la somme $a + a'$ est égale à la somme des rayons de courbure de la surface correspondante au point $x', y', z'$ ; or, ces rayons de courbure sont donnés par l'équation,

$gR^2\, hkR + k^4 = 0$, (*Voyez* les feuilles d'analyse de Monge),

dans laquelle $R$ est le rayon de courbure $g = r't' - s'^2$, $h = (1+q'^2)r' - 2p'q's' + (1+p'^2)t'$, $k = \sqrt{1+p'^2+q'^2}$.

$\frac{-hk}{g}$ est donc la somme de deux rayons de courbure ; mais dans l'hypothèse de $p'=0$, $q'=0$, elle se réduit à $\frac{-(r'+t')}{r't'-s'^2}$; donc, on doit avoir $a+a'=\frac{-(r'+t')}{r't'-s'^2}$.

Pour vérifier si cette égalité a lieu, qu'on substitue dans l'expression de $a'$ pour $m$ sa valeur $\frac{-(r'+s'm')}{s'+t'm'}$, et elle deviendra :

$$\frac{-\left((s'+t'm')^2+(r'+s'm')^2\right)}{r'(s'+t'm')^2-2s'(s'+t'm')(r'+s'm')+t'(r'+s'm')^2}, \text{ ou}$$

$$-\frac{1}{r't'-s'^2}\left(\frac{(s'+t'm')^2+(r'+s'm')^2}{r'+2s'm'+t'm'^2}\right);$$

$$\text{or, } a=\frac{-(1+m'^2)(r't-s'^2)}{(r't'-s'^2)(r'+2s'm'+t'm'^2)},$$

$$\text{donc, } a+a'=\frac{-(r'+t')}{r't'-s'^2};$$

la traduction de cette équation est l'énoncé de la première proposition qu'il s'agissoit de démontrer.

En nommant $a$ le rayon de la sphère osculatrice, qui touche une surface au point $x'$, $y'$, $z'$, et qui a un contact du second ordre avec cette surface suivant la courbe dont la tangente est déterminée par une valeur $m'$ de $\frac{dy'}{dx'}$, j'ai supposé que ce rayon $a$ avoit pour expression

$$a=-\frac{\sqrt{1+p'^2+q'^2}\,(1+p'^2+q'^2+2p'q'm'+(1+q'^2)m'^2)}{r'+2^{2'}m'+t'm's'},$$

l'équation différentielle de la surface étant $dz'=p'dx'+q'dx'$, il sera facile de déduire cette formule des feuilles d'analyse de M. Monge.

En effet, soit l'équation de la sphère osculatrice,

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2=a^2.$$

$\alpha$, $\beta$, $\gamma$ étoient les coordonnées du centre ; la sphère devant passer par le point $x'$, $y'$, $z'$ de la surface, son équation, pour ce point, devient

$$(x'-\alpha)^2+(y'-\beta)^2+(z'-\gamma)^2=a^2,$$

d'où l'on tire :

$$\left(\frac{dz'}{dx'}\right)=\frac{-(x'-\alpha)}{z'-\gamma}, \qquad \left(\frac{dz'}{dy'}\right)=\frac{-(y'-\beta)}{z'-\gamma},$$

mais la sphère osculatrice a même plan tangent que la surface proposée ; donc

$$p'=\frac{-(x'-\alpha)}{z'-\gamma} \qquad q'=\frac{-(y'-\beta)}{z'-\gamma},$$

d'où l'on tire

$$(z'-\gamma)^2(1+p'^2+q'^2)=a^2$$

des valeurs de $\left(\frac{dz'}{dx'}\right)$ et $\left(\frac{dz'}{dy'}\right)$, on en déduit celles-ci :

$$\left(\frac{d^2z'}{dx'^2}\right) = \frac{-(1+p'^2)}{z'-\gamma}$$

$$\left(\frac{d^2z'}{dx'dy'}\right) = \frac{-p'q'}{z'-\gamma}$$

$$\frac{d^2z'}{dy'^2} = \frac{-(1+q'^2)}{z'-\gamma}$$

Le $d^2z'$ de la surface proposée doit être le même que le $d^2z'$ de la sphère osculatrice ; pour la première on a

$$d^2z'=r'dx'^2+2s'dx'dy'+t'dy'^2$$

et pour la seconde,

$$d^2z'=\left(\frac{d^2z'}{dx'^2}\right)dx'^2+2\left(\frac{d^2z'}{dx'dy'}\right)dx'dy'+\frac{d^2z'}{dy'^2}dy'^2$$

égalant ces deux valeurs et faisant $\frac{dy'}{dx'}=m'$,

on a :

$$z'-\gamma=\frac{-(m'^2(1+p'^2)+2p'q'm'+1+p'^2)}{r'+2s'm'+t'm'^2}.$$

mettant cette valeur dans l'équation trouvée

$a=(z'-\gamma)\sqrt{1+p'^2+q'^2}$, on a l'expression du rayon de la sphère osculatrice.

### Second Théorême.

Si, par un point quelconque d'une surface courbe, on mène deux sections planes normales à la surface et perpendiculaires entre elles, les rayons de courbure de ces sections étant renversées, leur somme est une quantité constante pour le même point de la surface, en sorte que si on nomme ces rayons de courbure $a$ et $a'$, la somme $\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}$ est une fonction de $x', y', z'$.

*Démonstration.*

L'expression de $a$ étant $\frac{-(1+m'^2)}{r'+2s'm'+t'm'^2}$, on aura la valeur de $a'$, en y mettant pour $m'$, $-\frac{1}{m'}$, puisqu'on suppose les plans des deux sections rectangulaires, donc $a'=\frac{-(1+m'^2)}{r'm'^2+2s'm'+t'}$

$$\text{donc, } \frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{-(r'+2s'm'+t'm'^2+r'm'^2-2s'm'+t')}{1+m'^2}$$

$$=\frac{-(1+m'^2)(r'+t')}{1+m'^2}=-(r'+t'),$$

quantité indépendante de $m'$, et par conséquent *constante*, pour le point de la surface correspondant à $x', y', z'$.

---

*Analyse d'un Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais, par M.* Dupin, *ancien élève, officier du génie maritime.*

Le travail dont cette notice est l'analyse, n'est qu'une suite des recherches de M. Monge sur le même sujet; il a pour but le développement de quelques cas, l'examen de quelques circonstances accessoires, dont M. Monge ne s'est pas occupé dans son Mémoire.

Ce géomètre observe d'abord que, toutes choses égales d'ailleurs, le système de transporter le *plus avantageux* est celui où *la somme des produits des masses des élémens transportés, multipliés chacun par l'espace qu'il parcourt*, est un *minimum*.

D'après ce principe, il détermine la direction des routes et le prix du transport, 1°. lorsque le *déblai* et le *remblai* sont des aires

planes; 2°. lorsqu'ils sont des volumes quelconques; il suppose les routes constamment rectilignes, mais susceptibles d'être infléchies, brisées de manière à passer par des points donnés, comme des ponts sur des rivières, des portes dans de grandes clôtures, etc..... Il suppose toujours encore que deux routes consécutives se croisent au-delà du *déblai* et du *remblai*; il observe que lorsque cette condition n'est point satisfaite pour toutes les routes, les solutions trouvées deviennent illusoires et ne peuvent plus être employées; il laisse à l'analyse à les rectifier, elles appartiennent aux méthodes des *maxima et minima* des formules indéfinies. Cela est vrai, mais la méthode n'a pas pour cela cessé d'appartenir à la géométrie : quelles relations donne-t-elle alors entre les positions des routes?

Soit $D$ le déblai, $R$ le remblai, $ab$ une première route rencontrant en $a$ dans le déblai une seconde route $ac$; soit $a'b'$ une route consécutive à la première, rencontrant en $a'$ une route nécessairement consécutive à la premiere $ac$; soit $a''b''$ une troisième route, etc. et ainsi de suite; enfin soient prolongées les routes $ab$, $a'b'$, $a''b''$...., $a^{(m)}\,b^{(m)}$...., $ac$, $a'c'$ $a''c''$, $a^{(m)}\,c^{(m)}$, jusqu'à leurs intersections successives $F, F', F''$,.... $F^{(m)}$; $f, f', f''$,..... $f^{(m)}$.

La courbe $aa'a''$..... $a^{(m)}$ qui sépare les routes $ab$, $a'b'$, $a''b''$.... $a^{(m)}\,b^{(m)}$ d'une direction, de celles $ac$, $a'c'$, $a''c''$,..... $a^{(m)}\,c^{(m)}$ de l'autre direction, jouit des propriétés suivantes :

Si on regarde $F$ et $f$ comme les foyers d'une hyperbole qui passe en $a$, elle passera aussi en $a'$ et elle se confondra avec la courbe $aa'a''$.... $a^{(m)}$ dans toute l'étendue des $aa'$, et elles auront entre elles dans tout cet arc un contact du second ordre.

Et si sur deux routes quelconques $a^{(m)}\,F^{(m)}$, $a^{(m)}\,f^{(m)}$ on dirige deux fils flexibles et inextensibles, fixes en $F^{(m)}$ et $f^{(m)}$, $a^{(m)}$ étant un point générateur qui tient les deux fils réunis et tendus sans en laisser glisser un plutôt que l'autre, alors quand le point $a^{(m)}$ se mouvra, les fils $a^{(m)}\,F^{(m)}$..... $a^{(m)}\,f^{(m)}$ s'accroîtront également; le premier se pliera sur la courbe $F^{(m)}$..... $F''F'F$, le second sur la courbe $f^{(m)}$.....$f''f'f$, *le point* $a^{(m)}$ décrira la courbe $a^{(m)}$.... $a''a'a$ *qui sépare les routes des deux systêmes, et chaque position d'un des fils sera la direction d'une des routes.*

Il est facile d'étendre ces considérations au cas où le *déblai* et le *remblai*, au lieu d'être des aires planes, sont des volumes quelconques.

On concevra toutes les routes d'un système $ab$, $a'b'$, $a''b''$,.... $a^{(m)}\,b^{(m)}$ dont les intersections successives forment une surface développable, les routes de l'autre systême $ac$, $a'c'$, $a''c''$,.....

$a^{(m)}$ $c^{(m)}$ qui croisent les premières, formeront une autre surface $aa'a''\ldots ff'f''$ qui sera encore développable, et cette propriété est remarquable; et en pliant des fils sur leurs arêtes de rebroussement $FF'F''\ldots F^{(m)}$, $ff'f''\ldots f^{(m)}$ le point $a^{(m)}$ qui les réunira, décrira la courbe $aa'a''\ldots a^{(m)}$, où les routes des deux systêmes viennent se croiser sur la surface qui les sépare.

Si je ne me suis trompé, j'ai prouvé (dans un Mémoire sur les contacts des sphères et des surfaces du second degré) que les courbes du second degré n'avoient pas seulement pour foyers les points qui dans leur plan étoient donnés sur leur grand axe, que chacune d'elles en avoit encore au contraire une infinité d'autres, que le systême de ces foyers formoit une courbe du second degré qui n'avoit fait qu'échanger avec la première d'excentricité et de grand axe, en se plaçant d'ailleurs dans un plan perpendiculaire à la courbe primitive.

En regardant ici $F$, $f$ comme les foyers d'une hyperbole qui, dans l'espace, passe en $a$ et en $a'$, ce qui se peut toujours, cette hyperbole aura toujours un contact du second ordre avec la courbe $aa'a''\ldots a^{(m)}$, dans toute l'étendue de $aa'$.

Si on suppose les points $F^{(m)}$, $f^{(m)}$ les foyers d'une hyperboloïde de révolution qui passe en $a^{(m)}$; cet hyperboloïde sera osculateur de la courbe $aa'a''\ldots a^{(m)}$, la suite des hyperboloïdes donnés par les mêmes arêtes de rebroussement $FF'F''\ldots F^{(m)}$, $ff'f''\ldots f^{(m)}$ aura pour enveloppe une surface sur laquelle se trouvera la courbe cherchée, et en passant d'une *enveloppe* à l'autre, par la variation des arêtes $F\ldots F^{(m)}$, $f\ldots f^{(m)}$, on obtiendra une *enveloppe des enveloppes* dont les caractéristiques seront les courbes cherchées elles-mêmes, et cette *enveloppe* sera par conséquent la *surface même de séparation des routes qui doivent se croiser dans le déblai* et le *remblai*.

Cette génération, jointe à la condition que les routes consécutives interceptent le même volume sur le *déblai* et sur le *remblai*, est de nature à fournir immédiatement des équations différentielles, et par suite des équations intégrales indéfinies; on en posera les limites, en satisfaisant à cette condition que les routes extrêmes interceptent entre elles des volumes égaux sur le *déblai* et sur le *remblai*.

Jusqu'ici on a regardé les routes comme pouvant toujours être rectilignes dans toute leur étendue; mais ce n'est pas là l'hypothèse de la nature, elles doivent suivre la surface du terrain qui sépare le *déblai* du *remblai*, et rarement cette surface n'assujettit les routes à aucune courbure ou inflexion dans leur direction; quelle doit être alors la forme des routes, lorsqu'on n'a pas égard

à la pesanteur? et, lorsqu'on la fait entrer en considération, la forme, la direction des routes changent-elles ou se conservent-elles les mêmes ?

Quelle que soit la direction de chacune des routes qui doivent être placées sur une surface quelconque, elles doivent être les lignes les plus courtes qu'on puisse, entre leurs extrémités, mener sur cette surface.

Mais *les lignes les plus courtes sur les surfaces* jouissent de cette propriété remarquable, caractéristique, et qui suffit à leur définition, *que tous leurs plans osculateurs sont normaux à la surface au point d'osculation.*

Cette propriété est la vraie clef de toute la théorie de la courbure des surfaces : en effet, toutes *les courbes des centres de courbure sont sur la surface des centres de courbure des lignes les plus courtes qu'on puisse, sur cette surface, mener entre leurs extrémités*; et pour qu'un système donné de lignes puisse être celui *des centres de courbure d'une surface,* il faut que ces lignes soient entre leurs extrémités les lignes les plus courtes sur la surface qu'elles forment par leur ensemble.

Cette propriété démontre immédiatement que les surfaces développables des rayons de courbure *se croisent à angles droits*, et tous les autres théorêmes relatifs aux contacts du second ordre des surfaces ; mais comme ceux-ci tiennent en outre à un ensemble de propriétés qu'il seroit trop long de faire connoître ici, nous ne nous en occuperons pas.

Je me suis beaucoup écarté de mon sujet, et cependant les principes que je viens d'exposer étant nécessaires à sa discussion, j'ai dû les développer; je me hâte de revenir à la théorie des transports.

Nous venons de dire que les routes devoient, en s'infléchissant sur la surface qu'elles sont assujetties à parcourir, suivre les *lignes les plus courtes* de cette surface; donc, les *tangentes* à ces courbes, c'est-à-dire la partie rectiligne des routes*, avant qu'elles aient atteint et après qu'elles ont quitté la surface*, sont les normales d'une même surface courbe, les surfaces développables qu'elles forment se croisent à angles droits, etc....

En faisant entrer en considération l'action de la gravité sur les volumes transportés, on démontrera que dans le *système actuel de nos transports*, la direction des routes ne doit pas cesser d'être la même que dans l'hypothèse plus simple où les corps sont soumis à la puissance de translation. En supposant même que la densité du *déblai* et du *remblai* puisse être variable dans chacun de leurs points, tout ce que nous avons dit jusqu'ici s'appliquera

également au cas déjà traité de l'homogénéité du *déblai* et du *remblai*, et au cas où la densité varieroit pour chacune de leurs parties d'une manière quelconque.

Ainsi, les belles propriétés que M. Monge a assignées aux routes dans les relations de leurs positions réciproques, lorsque ces routes sont entièrement libres dans l'espace, qu'elles se croisent au-delà du *déblai* et du *remblai*, que la pesanteur est négligée et la densité uniforme, conservent toute leur généralité lorsque les routes sont libres ou dirigées sur des surfaces quelconques, qu'elles se croisent ou non au-delà de leurs extrémités, que la densité soit ou ne soit pas constante, qu'on néglige ou qu'on considère l'action des forces de la nature.

Il y a plus : l'examen des cas les plus généraux semble être plus facile, et les résultats auxquels il conduit démontrent comme conséquence immédiate ceux où les routes sont supposées rectilignes, et cet examen fait connoître encore les diverses propriétés de la courbure des surfaces.

Après avoir considéré les routes comme assujetties toutes ensemble à des inflexions soumises à des lois uniformes et continues, envisageons les cas où elles sont forcées à des changemens brusques dans leur direction; supposons, par exemple, qu'à *chaque retour* les ouvriers, ou les voitures destinées au transport, doivent passer par un *point donné*. Tel seroit le cas de transports éloignés qui ne permettroient de faire qu'un voyage par jour ou par relais : tous les ouvriers, les chevaux, etc..... reviendroient à chaque route parcourue, à l'habitation de l'atelier.

Voici quelles seront alors les relations entre les positions des routes : si le *déblai* et le *remblai* sont des volumes déterminés, les routes des *allées* seront les mêmes, soit qu'on ait ou non égard aux *retours*, car elles sont également les routes du *minimum* dans l'un et l'autre cas.

Il n'en est pas ainsi lorsque le *déblai* et le *remblai* sont regardés comme des volumes indéfinis qu'il faut déterminer le plus avantageusement possible; en regardant dans ce cas le point commun à tous les retours *comme un point lumineux*, la surface qui doit circonscrire le *déblai* ou le *remblai* comme un *miroir ou surface réfléchissante*, les routes des *retours* seront les *rayons incidens*, les routes des *allées* seront les *rayons réfléchis* par cette surface, et *le lieu des images* sera la surface sur laquelle doivent s'infléchir toutes les routes, c'est-à-dire la surface du terrain; et en supposant pour cette surface, ce qui a lieu pour tous les corps, que les rayons de lumière se dévient en venant la tou-

cher, l'*inflexion de la lumière* (on emploie ici la dénomination de Newton) sera précisément la partie courbe des routes.

On voit par-là que si on considère les rayons partis d'un point lumineux réfléchis par une surface quelconque, qui se coupent consécutivement deux à deux, les surfaces développables qu'ils formeront appartiendront à deux systêmes qui se croiseront à angles droits, les lieux des images seront les arêtes de rebroussement des surfaces développables; ainsi, il y aura deux systêmes d'images donnés chacun par un des systêmes de surfaces développables. Ce théorême revient à celui que M. Malus a fait connoître; l'évaluation des transports déterminera l'intensité de la lumière; et, en adoptant l'analyse de M. Monge au cas général qu'on considère, toute l'optique ne sera plus qu'une conséquence mathématique facile d'un cas particulier de la théorie des transports.

Mais d'autres considérations peuvent conduire avec une égale facilité aux mêmes résultats, nous en avons fait l'objet d'un travail à part auquel il manque encore quelques développemens pour être terminé.

Toutes les *images* sont *réelles* dans l'hypothèse du *déblai* ou du *remblai* indéfini et des retours dirigés sur un point fixe; elles sont toutes *imaginaires* dans l'hypothèse du *croisement* des *routes* entre leurs extrémités; c'est la seule différence que présente l'analyse de ces deux questions si différentes: déterminer la surface qui doit circonscrire le *déblai* ou le *remblai* quand les retours sont dirigés sur un point fixe, et déterminer la surface qui, *dans le croisement des routes*, sépare les routes d'une direction de celles de l'autre direction; l'une est un *miroir* qui rend *réelles toutes* les images, l'autre est un *miroir* qui les rend *toutes* imaginaires; l'une est l'enveloppe d'un systême d'ellipsoïdes, l'autre l'est d'un systême d'hyperboloïdes de révolution qui ont avec elles un contact du second ordre.

Passons actuellement à l'application de ces solutions à la pratique.

Ce seroit évidemment une entreprise ridicule que de vouloir assigner à chaque élément, ou pour chaque charge très-petite, la route qu'elle doit parcourir. Mais en divisant le travail par ateliers, comme cela se fait toujours dans les grands travaux, en déterminant les routes extrêmes qui doivent séparer les transports des divers ateliers, il suffira que les transports, dans chacun d'eux, se fassent en suivant des directions intermédiaires aux limites, et qui seront nécessairement et suffisamment indiquées par les premières; et cette opération, peu longue en elle-même, présentera encore moins de difficultés.

On déterminera facilement avec des jalons les lignes les plus

courtes sur le terrain, c'est-à-dire les routes, leur direction primitive étant donnée, par les conditions que le contour apparent du terrain, ou son plan tangent, soit normal au plan osculateur de la route, et par conséquent au plan mené par trois de ses points consécutifs.

On cherchera d'abord une des lignes les plus courtes sur le terrain qui intercepte sur le *déblai* et le *remblai*, par la surface développable de ses tangentes, des volumes assez peu différens de ceux à transporter par les ateliers qu'on veut limiter. Cette ligne déterminée, ce qui n'exigera que quelques évaluations grossières en un simple jalonnage, on concevra sa développante qui, sur le *déblai*, sépare en deux parties égales la section de la surface des tangentes dans le *déblai* : on cherchera celle des développées de cette développante dont la surface des tangentes intercepte sur le *remblai* un volume égal au volume donné; l'hypothèse que la première route diffère peu de la véritable, rendra cette recherche facile, et cette développée sera la route cherchée.

Il est un cas plus facile que les autres, c'est celui où le transport, au lieu de se faire en montant doit se faire en descendant; on profite alors de l'action de la pesanteur pour avancer le travail; on sape les terres du *deblai* en enlevant d'abord les parties les moins élevées, on les voiture jusqu'aux premiers points qu'on rencontre à remblayer; on les élève jusqu'à leur plus grande hauteur, et on passe ensuite tout le reste des terres par-dessus celles-là; on les jette, et leur poids entraîne jusqu'aux parties les plus basses du *remblai*. Voici comment alors on trouvera les routes.

La surface du terrain à obtenir sera le lieu de toutes les *routes*: mais les élémens de cette aire ne devront pas être regardés comme homogènes, les densités des élémens seront représentées par les *hauteurs de terre* ( cotes rouges ) qui leur correspondent sur le *déblai* et le *remblai* ; et d'après ces données, on déterminera les routes sans plus de difficultés que dans le transport des aires planes homogènes.

C'est par des méthodes qui ont avec celles-ci les plus grandes analogies, que les ingénieurs maritimes déterminent la vraie flottaison des vaisseaux, d'après une flottaison fictive et qui est supposée en peu différer ; et les mêmes méthodes d'approximation se présentent à chaque instant dans les applications des sciences mathématiques : seulement, comme c'est de l'exactitude des opérations des constructeurs de vaisseaux que dépendent la fortune ou l'honneur et la vie des marins, la gloire des armes de l'Etat, elles doivent avoir une plus grande précision entre leurs mains, qu'en l'appliquant à d'autres usages. Dans l'exemple que

nous donnent les remblais, on doit se borner à une exactitude rapprochée : car, je le répète, c'est à des déterminations générales et rapides qu'on doit se borner : une approximation suffisante, et voila tout ce qu'il faut dans les arts; le temps est leur élément le plus précieux, et dès qu'on atteint la limite où, pour parvenir à un plus grand degré de précision, il faut que les artistes sacrifient plus de leur temps qu'ils n'en épargneront en donnant une méthode plus avantageuse, cette limite est le véritable *minimum*, parce que le temps des opérations entre aussi dans l'évaluation qu'on doit faire du prix des travaux.

Beaucoup de choses échappent dans une analyse, quelque longue qu'elle puisse être : celle-ci ne l'est déjà que trop; cependant nous avons omis beaucoup de détails nécessaires, et nous craignons de n'avoir donné qu'une idée obscure et peu exacte du travail que nous avons entrepris. D.

## *Des lignes de plus grande pente* (1).

### PROBLÊME.

Une surface courbe étant coupée par une suite de plans parallèles entre eux, on demande l'équation de la ligne perpendiculaire aux sections de la surface par ces plans?

### SOLUTION *par M. Bétourné, élève.*

Je puis supposer que le plan coupant soit le plan des $x, y$; car, s'il ne l'étoit pas, il me suffiroit d'une simple transformation des coordonnées pour parvenir au cas que je considère. La courbe cherchée étant sur la surface, elle sera parfaitement connue par sa projection sur le plan des $x, y$; je suppose donc que l'equation de cette projection soit $y = Fx$. Pour que la courbe cherchée et la section parallèle aux $x, y$, soient perpendiculaires entre elles, il faut que leurs tangentes le soient; et il est évident que cette condition sera remplie, si les projections des tangentes sur le plan des $x, y$, sont perpendiculaires, ou bien si $1 + aa' = 0$, $y = ax + \alpha, y = a'x + \alpha'$ étant les équations de ces projections:

(1) Etant chargé d'enseigner la théorie de la levée des plans et l'usage des lignes de plus grande pente dans le dessin des cartes topographiques, j'ai cru utile de proposer le problême dont on va lire la solution.

H.

mais $a=\frac{dy}{dx}$, ce coefficient étant pris dans l'équation $y=Fx$; et $a'=\frac{dy}{dx}$, c'est-à-dire, que $a'$ est le coefficient différentiel de $y$ par rapport à $x$ dans la surface, pris en regardant $z$ comme constant. Quand on aura l'équation de la surface proposée, on la différentiera par rapport à $x$ et à $y$, on éliminera $z$ entre l'équation donnée et sa différentielle, et on tirera la valeur de $\frac{dy}{dx}=a'$ en $y$ et $x$; on substituera cette valeur dans l'équation $1+aa'=0$, et puisque $a=\frac{dy}{dx}$ tiré de $y=Fx$, on obtiendra l'équation différentielle de la courbe cherchée, on l'intégrera, s'il est possible, et la constante sera déterminée par la condition que la courbe passe par un point connu.

Je prends pour exemple les surfaces de révolution coupées perpendiculairement à leur axe, et dont l'équation est $x^2+y^2=\varphi z$, en supposant que l'axe de la surface soit aussi celui de $z$. Je différentie par rapport à $x$ et à $y$, et j'ai $xdx+ydy=0$, d'où $\frac{dy}{dx}=\frac{-x}{y}$; je substitue cette valeur dans $1+aa'=0$, j'obtiens $1-a\frac{x}{y}=0$, mais $a=\frac{dy}{dx}$ de la courbe cherchée, ainsi $1-\frac{xdy}{ydx}=0$, ou bien $\frac{dx}{x}-\frac{dy}{y}=0$, d'où $\frac{dx}{x}=\frac{dy}{y}$, $lx=ly+A=l.By$ et $x=By$ : c'est l'équation d'une droite passant par l'origine, et l'équation de la projection d'une position de la courbe génératrice; l'on voit confirmé par-là ce que l'on savoit d'avance, que la courbe génératrice est toujours perpendiculaire aux sections circulaires. Si la courbe doit passer par un point du plan des $x$, $y$, dont les coordonnées soient $x'$, $y'$, on devra avoir $x'=By'$ d'où $B=\frac{x'}{y'}$, et par conséquent $x=\frac{x'}{y'}y$. Enfin, si la surface de la révolution étoit un cône droit circulaire, la courbe seroit alors l'apothême du cône.

Je prends encore les surfaces courbes du second degré : celles qui ont un centre sont représentées par $Lx^2+My^2+Nz^2=1$, d'où $\frac{dy}{dx}=\frac{-Lx}{My}$; ainsi $1-\frac{-Lxdy}{Mydx}=0$, ou bien $\frac{Mdx}{x}=\frac{Ldy}{y}$; et en intégrant $Mlx=LlBy$, $x^M=B^Ly^L$, on détermine $B^L$ très-facilement : en supposant que la courbe passe par le point

$a'$, $y'$ et $z' = o'$, on a alors $x'^M = B^L y'^L$, $B^L, = \frac{x'^M}{y'^L}$, et par conséquent $x^M = \frac{x'^M}{y'^L} y^L$. Les surfaces du second degré qui n'ont pas de centre ont pour équation $pz^2 + p'y^2 - 4\,pp'x = o$, (V. *les Surfaces du second degré, par MM. Monge et Hachette.*) d'où $\frac{dy}{dx} = \frac{2p}{y}$; ainsi $1 + \frac{2\,pdy}{ydx} = o$, ou bien $dx = -2p\,\frac{dy}{y}$, et en intégrant $x = -2plBy$.

*Nota.* Ce problême a été résolu dans le même temps (juillet 1806), par *MM. Leroy*, de Mézières, *Cauchy* et *Potier*, élèves de M. *Dinet*.

---

## Proposition de Géométrie, *par* M......, *élève* (1).

Supposez une parabole tracée dans le plan des $xy$ et ayant pour axe principal l'axe des $x$; supposez de plus un cercle tracé dans le plan des $xz$, et ayant pour centre un des points de l'axe principal de la parabole; si vous concevez deux cylindres ayant pour bases le cercle et la parabole, et dont les génératrices soient des droites respectivement perpendiculaires aux plans du cercle et de la parabole, la courbe d'intersection des deux cylindres aura tous ses points situés sur la surface d'une sphère, dont le centre seroit l'extrémité de la sousnormale à la parabole, comptée à partir du point de l'axe qui est le centre du cercle donné.

Soit $AB$ (fig. 2) l'axe principal de la parabole, $C$ le centre du cercle cherché, $DLE$ ce cercle, $CH$ et $CI$ l'ordonnée et la sousnormale de la parabole correspondantes à ce point. Il faut prouver que la distance du point $I$ aux différens points de la courbe d'intersection de deux cylindres droits qui auroient pour bases le cercle et la parabole, est constante.

*Démonstration.* Pour avoir les distances du point $I$ aux différens points de la courbe, il faudroit construire les hypothénuses de triangles qui auroient pour côtés successivement $CL$ et $IH$, $CL'$ et $IH'$ etc.... Il suffira donc de prouver que la somme

---

(1) Ce théorême m'a été proposé par M. Malus; à mon examen, je l'ai résolu alors par l'analyse: en voici une solution géométrique. C.

des quarrés de ces différentes droites est constante, par exemple, que

$CL^2 + IH^2 = C'L'^2 + IH'^2$, ou, ce qui revient au même, que
$CL^2 - C'L'^2 = I'H'^2 - IH^2$

Mais la différence des quarrés $CL^2$, $C'L'^2$ est, à cause du triangle rectangle $CL'C'$, égale à $CC'^2$. Il suffira donc, pour prouver le théorême énoncé, de faire voir que dans la parabole la différence des quarrés des droites $IH'$, $IH$, dont la dernière est la normale, est égale au quarré de la différence $CC'$ des abscisses correspondantes $AC'$, $AC$. Or, à cause des triangles rectangles $IHC$, $IH'C'$, la différence des quarrés $IH'^2$, $IH^2$ est égale à la différence des quarrés des ordonnées $C'H'$, $CH$, plus à la différence des quarrés des droites $IC'$, $IC$. Et parce qu'on a $IC' = IC - CC'$, cette dernière différence se réduit à $CC'^2 - 2IC \times CC'$. De plus, si l'on observe que $IC$ étant la sousnormale, $2\,IC$ représente le paramètre, et que $CC'$ étant la différence des abscisses des points $H'$ et $H$, $2\,IC \times CC'$ représente la différence des quarrés des ordonnées correspondantes, on verra que la différence des quarrés $IH'$, $IH^2$ se réduit, comme on l'avoit avancé, au quarré de $CC'$.

---

## Théorême.

Si quatre cercles touchent chacun trois côtés d'un quadrilatère plan quelconque, les centres de ces cercles seront toujours sur une même circonférence. (Voyez n° 6 de la Correspondance, page 193.)

### *Démonstration.*

La démonstration se réduit évidemment à faire voir que si, dans un quadrilatère quelconque $ABCD$ (fig. 3), on mène par chaque angle une ligne qui le divise en deux parties égales, les quatre lignes de bissection $Aa$, $Bb$, $Cc$, $Dd$, formeront, en se croisant toutes, un quadrilatère inscriptible au cercle, c'est-à-dire un quadrilatère $abcd$ tel que la somme de deux de ses angles opposés soit égale à deux angles droits..... Or, cela se prouve comme il suit :

L'angle $a = 2^q - \frac{1}{2}(A + B)$
L'angle $c = 2^q - \frac{1}{2}(C + D)$
Donc $a + c = 4^q - \frac{1}{2}(A + B + C + D)$
mais $A + B + C + D = 4^q$
donc enfin $a + c = 2^q$.... ce qu'il falloit démontrer.

B., *élève.*

## STATIQUE.

*Moyens de déterminer rigoureusement certains centres de gravité. Par* M. BERTHOT, *ancien élève, professeur de mathématiques au Lycée de Dijon.* (fig. numérotées depuis 4 jusqu'à 12.)

Le centre de gravité d'une ligne droite $AB$ (fig. 4) est à son milieu. Car, soit $O$ le milieu de cette droite, et plions la partie $OA$ sur la partie $OB$, de manière que le point $A$ aille en $B$, il est clair que les deux parties $OA$ et $OB$ se confondant, leurs centres de gravité sont au même point, que je suppose être $D$; et en remettant la partie $OA$ dans sa position primitive, son centre de gravité se trouvera en un point $C$ éloigné de $O$ d'une quantité $OD$; dès-lors, comme on pourra regarder les deux moitiés $OA$ et $OB$ de la droite $AB$ comme deux forces parallèles et égales appliquées aux points $C$ et $D$, le centre de ces forces parallèles, c'est-à-dire le centre de gravité de la droite $AB$, est à son milieu $O$.

D'après cela on détermine aisément le centre de gravité du contour d'un polygone régulier ou irrégulier.

Pour démontrer que le centre de gravité d'une circonférence est à son centre, on peut mener le diamètre $AB$ (fig. 5), et observer que si on suppose la figure pliée le long de ce diamètre, les deux parties de la circonférence se confondront, et par conséquent leurs centres de gravité seront en un même point $K$; d'où il suit qu'en ramenant la première partie de la circonférence dans sa position naturelle, les centres de gravité des deux demi-circonférences seront en deux points $E$ et $K$ également éloignés de $AB$, le centre de gravité de la circonférence entière est donc sur le diamètre $AB$; mais d'ailleurs il est, par la même raison, sur tout autre diamètre; dès-lors il est au centre.

Le centre de gravité de la surface d'un parallélogramme $ABCD$ (fig. 6) est au milieu de la droite $EF$ qui joint les milieux de deux côtés opposés.

Pour le prouver, concevons la figure coupée le long de $EF$, et la partie $AEFD$ retournée et placée comme en $XNQV$ à côté de $NOPQ$ qui représente $EBCF$, il est certain qu'en pliant la figure $XNOPQV$ le long de $NQ$, les deux parties $XNQV$ et $NOPQ$ se confondront, et par conséquent leurs centres de gravité seront au même point $R$; d'où il suit que si on rétablit la figure $XNOPQV$, les centres de gravité des deux parties $XNQV$ et $NOPQ$ seront en deux points $R$ et $S$ situés à égale distance de $NQ$ et sur une même perpendiculaire à cette droite; par conséquent, en établissant le parallélogramme $ABCD$, les deux

parties $AEFD$ et $EBCF$ auront leurs centres de gravité aux points $M$ et $G$ tels qu'en abaissant les perpendiculaires $ML$ et $GH$ sur $EF$, on aura $ML = GH = TR$ et $EL = HF = TQ$; donc en menant $MG$, le centre de gravité du parallélogramme sera au milieu de cette droite, c'est-à-dire au point $K$ à cause de l'égalité des triangles $MLK$ et $KGH$; mais à cause de l'égalité des mêmes triangles, le point $K$ est aussi le milieu de la droite $EF$.

Le centre de gravité de la surface d'un triangle quelconque $ABC$ (fig. 7) est au tiers de la ligne $BD$ qui joint le sommet $B$ au milieu de la base $AC$, à partir de cette base.

En effet, soit $D$ le milieu de la base $AC$, et menons par ce point la droite $DF$ parallèle à $AB$ et la droite $ED$ parallèle à $BC$, le triangle par-là est décomposé en trois parties dont deux $AED$ et $DFC$ sont des triangles parfaitement égaux dont chacun est le quart de $ABC$, et le troisième est un parallélogramme $EBFD$ qui est la moitié de $ABC$: cela posé, il est facile de prouver que le centre de gravité du triangle $ABC$ ne peut être éloigné de sa base d'une quantité plus grande que le tiers de sa hauteur, d'une quantité égale à $\frac{1}{3} h + m$ par exemple, en nommant $h$ la hauteur du triangle, et $m$ une quantité quelconque: car en supposant que $x$ soit la distance du centre de gravité du triangle $AED$ à la base $AD$, celle du centre de gravité du triangle $DFC$ à la base $DC$ sera aussi $x$, d'ailleurs $\frac{h}{2}$ est la distance du centre de gravité du parallélogramme $EBFD$ à la même base $AC$; donc, en prenant celle-ci pour *axe* des momens, et admettant que $\frac{h}{3} + m$ soit la distance de la base $AC$ au centre de gravité du triangle $ABC$, on aura:

$$ABC\left(\frac{h}{3} + m\right) = AED \times x + DFC \times x + EBFD \times \frac{h}{2}$$

$$\text{ou } ABC\left(\frac{h}{3} + m\right) = \tfrac{1}{4} ABC \times x + \tfrac{1}{4} ABC \times x = \tfrac{1}{2} ABC \times \frac{h}{2}$$

Equation de laquelle on tire:

$$x = \frac{h}{6} + 2m$$

Mais $\frac{h}{6}$ est le tiers de la hauteur du triangle $AED$, donc on peut conclure que, s'il arrivoit que la distance du centre de gravité d'un triangle $ABC$ à sa base fût égale au tiers de sa hauteur plus $m$, le centre de gravité d'un triangle qui auroit une base et une hauteur deux fois moindres, seroit éloigné de sa base

d'une quantité égale au tiers de sa hauteur plus 2 $m$; raisonnant ensuite sur ce nouveau triangle comme sur le précédent, on en obtiendroit un autre qui auroit encore une base et une hauteur deux fois plus petites, et dont le centre de gravité seroit éloigné de la base d'une quantité égale au tiers de sa hauteur, plus 4 $m$; par conséquent, en continuant ainsi, il arriveroit nécessairement un triangle dont le centre de gravité seroit éloigné de la base d'une quantité plus grande que sa hauteur, c'est-à-dire que le centre de gravité de ce triangle seroit au-dehors de sa surface : ce qui est absurde. Il est clair qu'on pourroit démontrer de la même manière que le centre de gravité de la surface d'un triangle ne peut être éloigné de la base d'une quantité moindre que le tiers de sa hauteur, dès-lors il est éloigné de la base d'une quantité égale au tiers de la hauteur.

Cela posé, si l'on prend (fig. 8) $AH=\frac{AB}{3}$, en menant $HF$ parallèle à $AC$, cette droite renfermera aussi le centre de gravité du triangle; de même en prenant $BG=\frac{BG}{3}$, et menant $GE$ parallèlement à $BC$, la droite $GE$ renferme aussi le centre de gravité du triangle; donc ce centre de gravité est au point $K$; mais $GK$ partant du milieu de $HB$ passe par le milieu de $HF$; donc, en menant $BK$, cette droite qui passe par le milieu de $HP$ passera par le milieu de $AC$, et comme $HA=\frac{AB}{3}$, on aura $KD=\frac{BD}{3}$, ce qui démontre la proposition.

Ayant le centre de gravité d'un triangle, il est aisé d'obtenir celui d'un polygone quelconque, et celui de la surface du cercle se détermine par un raisonnement semblable à celui employé pour la circonférence.

On sait qu'il est possible de décomposer deux polyèdres symétriques en un même nombre de pyramides triangulaires égales chacune à chacune et superposables, dès-lors les centres de gravité de ces pyramides partielles égales doivent être situés à egale distance du plan par rapport auquel les polyèdres considérés sont symétriques; d'où il suit que les centres de gravité des deux polyèdres entiers doivent être situés à égale distance du même plan; et par conséquent le centre de gravité du système de ces deux polyèdres doit être sur ce plan.

Cela posé, le centre de gravité d'une pyramide triangulaire quelconque (fig. 9) $ABCD$ ne peut être éloigné de la base $BCD$ d'une quantité plus grande que le quart de sa hauteur, d'une

quantité égale à $\frac{h}{4}+m$ par exemple; en nommant $h$ la hauteur de la pyramide, et $m$ une quantité quelconque.

En effet, en imaginant par le milieu de l'arête $AB$ un plan parallèle à la base $BCD$, ce plan détermine la section $EFG$, menant par le point $G$ un plan parallèle à la face $ABD$, ce plan donne la section $GKH$; imaginant alors par la droite $FG$ et la droite $GK$ un troisième plan qui détermine la section $FGKM$, et traçant les droites $EM$, $EK$, $FH$ et $MH$, on décompose par cette construction la pyramide proposée en cinq parties dont quatre sont les pyramides triangulaires parfaitement égales ou superposables $AEFG$, $EBKM$, $GKCH$ et $FMHD$; la cinquième partie est l'octaèdre $GFEKHM$ : chacune des pyramides partielles ayant une base quatre fois plus petite que celle de la pyramide totale, et une hauteur deux fois moindre, est le huitième de la pyramide totale que je nommerai $P$; les quatre pyramides valent donc ensemble $\frac{1}{2}P$, dès-lors l'octaèdre égale aussi $\frac{1}{2}P$. Mais l'octaèdre étant évidemment composé de deux pyramides quadrangulaires $HKGFM$ et $EKGFM$ qui, en les plaçant convenablement, sont symétriques par rapport au plan $FGKM$, le centre de gravité de cet octaèdre est sur la figure $FGKM$ qui, d'après la construction, est un parallélogramme; de même l'octaèdre étant aussi composé des deux pyramides quadrangulaires $FEGHM$ et $KEGHM$ symétriques par rapport au plan $EGHM$, le centre de gravité de ce corps est aussi sur le parallélogramme $EGHM$; enfin, il est également sur le parallélogramme $EFHK$, à cause que l'octaèdre peut aussi être regardé comme composé des deux pyramides quadrangulaires $GEFHK$ et $MEFHK$ symétriques par rapport au plan $EFHK$, dès-lors le centre de gravité de l'octaèdre est au point commun aux trois parallélogrammes $EFHK$, $GFMK$ et $EGHM$; par conséquent il est évidemment éloigné de la base $BDC$ d'une quantité égale à la moitié de la distance du plan $EGF$ à cette base, c'est-à-dire d'une quantité égale à $\frac{h}{4}$; mais les quatre pyramides partielles étant superposables, la distance du centre de gravité de chacune à sa base doit être la même; dès-lors, en nommant $x$ cette distance, et supposant que $\frac{h}{4}+m$ soit la distance du centre de gravité de la pyramide totale au plan $BDC$, on aura, en prenant $BDC$ pour le plan des momens :

$$P\left(\frac{h}{4}+m\right)=AEGF\left(x+\frac{h}{2}\right)\times 3EBKM\times x+GEFHKM\times\frac{h}{4}.$$

ou
$$P\left(\frac{h}{4}+m\right)=\frac{P}{8}\left(x+\frac{h}{2}\right)+\frac{3Px}{8}+\frac{Ph}{8}$$

divisant par $P$ et tirant $x$, on obtient

$$x=\frac{h}{8}+2m$$

Mais $\frac{h}{8}$ est le quart de la hauteur d'une des pyramides partielles : donc, s'il arrivoit que le centre de gravité d'une pyramide triangulaire quelconque fût éloigné de la base d'une quantité égale au quart de sa hauteur plus $m$, la distance à la base du centre de gravité d'une pyramide triangulaire qui auroit une base quatre fois plus petite et une hauteur deux fois moindre, seroit égale au quart de sa hauteur plus $2m$; dès-lors en regardant cette pyramide comme primitive, on en auroit une autre dont la base seroit encore quatre fois plus petite et la hauteur deux fois moindre, et dont le centre de gravité seroit éloigné de la base d'une quantité égale au quart de la hauteur plus $4m$, et ainsi de suite; d'où il est facile d'appercevoir que bientôt on auroit une pyramide dont le centre de gravité seroit éloigné de la base d'une quantité plus grande que la hauteur, c'est-à-dire, que ce centre de gravité seroit hors de la pyramide : ce qui est absurde. On prouveroit absolument de la même manière que la distance du centre de gravité d'une pyramide triangulaire quelconque à sa base ne peut être moindre que le quart de sa hauteur, dès-lors le centre de gravité d'une pyramide triangulaire quelconque est éloigné de sa base d'une quantité précisément égale au quart de sa hauteur.

D'après cela il est facile de démontrer que le centre de gravité d'une pyramide triangulaire quelconque $ABCD$ est sur la droite qui joint le sommet au centre de gravité de la base, et au quart de cette droite à partir de la base.

En effet, en prenant (fig. 10) $BM=\frac{BA}{4}$ et en menant par le point $M$ un plan parallèle à $BCD$, ce plan déterminera la section $MON$ qui, d'après la proposition précédente, doit contenir le centre de gravité de la pyramide; mais en prenant $AE=\frac{AB}{4}$, et en menant par le point $E$ un plan parallèle à la face $ACD$, ce plan déterminera la nouvelle section $EGF$ sur laquelle devra encore se trouver le centre de gravité de la pyramide, dès-lors ce centre de gravité est sur la droite $KH$ suivant laquelle ces

deux sections se coupent; mais comme dans le triangle $AMO$ on a $AE = \frac{AM}{3}$; on doit avoir $KO = \frac{MO}{3}$, par conséquent puisque $KH$ doit être parallèle à $ON$ à cause de la construction, cette droite $KH$ est eloignée de $ON$ d'une quantité égale au tiers de la distance de $ON$ au sommet de l'angle opposé dans le triangle $MON$, mais le centre de gravité de la pyramide triangulaire doit aussi se trouver sur un plan parallèle à la face $ABD$ et éloigné de cette face d'une quantité égale au quart de la distance de l'angle $C$ à cette face; dès-lors on peut conclure que ce centre de gravité est situé sur une autre droite tracée sur la section $MON$ parallèlement à $MN$, et éloignée de $MN$ d'une quantité égale au tiers de la distance de cette droite à l'angle $O$, le centre de gravité de la pyramide est donc au point de rencontre de cette droite avec $KH$, point qui, d'après ce qu'on a vu, ne peut être que le centre de gravité du triangle $MON$; mais si on joint ce point au sommet $A$, la droite qu'on obtiendra passera évidemment par le centre de gravité de la base $BCP$, ce dont on peut facilement se convaincre; et comme il est clair que le centre de gravité de la pyramide est placé au quart de cette droite à partir de la base, la proposition est évidemment démontrée.

Le centre de gravité d'une pyramide quelconque est aussi au quart de la droite qui unit le sommet au centre de gravité de la base à partir de cette base; car en partageant la base de la pyramide donnée en triangles par des diagonales, et en imaginant des plans par ces diagonales et le sommet, on décomposera la pyramide totale en pyramides triangulaires; et en imaginant un plan parallèle à la base et éloigné de celle-ci d'une quantité égale au quart de la hauteur de la pyramide, ce plan déterminera dans les pyramides triangulaires des sections dont les centres de gravité seront, d'après ce qui précède, les centres de gravité des pyramides triangulaires elles-mêmes; mais ces pyramides triangulaires ayant une même hauteur sont entr'elles comme leurs bases; et comme les bases sont entr'elles comme les sections, il est clair que les pyramides sont entr'elles comme les sections, et par conséquent on peut conclure que le centre de gravité du systême des pyramides triangulaires est le même que le centre de gravité du systême des triangles de section, c'est-à-dire, est le centre de gravité même du polygone déterminé par le plan sécant dans la pyramide totale; mais en joignant ce centre de gravité au sommet de la pyramide par une ligne droite, cette droite passera nécessairement par le centre de gravité de la base de la pyramide totale; et comme d'ailleurs

le centre de gravité de la pyramide totale est évidemment un quart de cette droite à partir de la base, la proposition est démontrée.

Le centre de gravité d'un prisme triangulaire quelconque est au milieu de la ligne qui joint les centres de gravité de ses bases. Pour le démontrer, soit le prisme triangulaire (fig. 11) *ABCDEF*, je mène la droite *JH* qui joint les centres de gravité de ses bases, et je regarde le milieu *L* de cette droite comme le sommet de cinq pyramides qui auroient pour bases les cinq faces du prisme: les deux pyramides qui ont pour bases *ACB* et *DEF* font chacune le sixième du prisme, puisqu'elles ont chacune même base que lui et une hauteur deux fois moindre; elles valent donc ensemble le tiers de ce prisme, et de plus le centre de gravité de leur systême est au point *L* lui-même, puisque le centre de gravité de la première est au $\frac{3}{4}$ de *LJ* à partir du point *L*, d'après ce qu'on vient de prouver, et le centre de gravité de la seconde est aux $\frac{3}{4}$ de *LH* aussi à partir du point *L*; ainsi les centres de gravité de ces deux pyramides sont situés sur la droite *JH* et à égale distance du point *L*; par conséquent le centre de gravité de leur systême est au point *L*. Chacune des pyramides qui a pour base une des faces latérales du prisme vaut $\frac{2}{9}$ de ce solide; car, par exemple, celle qui a pour base *CBEF* peut être conçue composée de deux pyramides qui auroient leurs sommets en *L*, et pour base les triangles *CBF* et *FBE*; celle qui a pour base *FBE* équivaut à une autre pyramide qui auroit son sommet en *H*, et pour bases le même triangle, pyramide qui peut être considérée comme ayant son sommet en *B* et pour base le triangle *HFE* qui est le tiers de *DEF*; cette pyramide ayant pour hauteur celle du prisme et une base trois fois plus petite vaut $\frac{1}{9}$; celle qui a son sommet en *L* et pour base *CBF* équivaut à une autre pyramide qui auroit même base et son sommet en *J*, pyramide qui peut être considérée comme ayant son sommet en *F* et pour base *JCB* qui est le tiers de la base du prisme, cette pyramide vaut donc aussi $\frac{1}{9}$ du prisme; on prouveroit de même que les deux autres pyramides qui ont pour bases *ACFD* et *ABED* valent chacune $\frac{2}{9}$ du prisme: cela posé, en imaginant par le point *L* un plan parallèle aux bases, ce plan passera par les centres de gravité des trois pyramides quadrangulaires; si donc on suppose que *MNO* (fig. 12) soit la section déterminée par ce plan, en menant des droites des sommets des angles aux milieux des côtés opposés, ces droites se couperont en un point *Z* qui sera le centre de gravité de cette section triangulaire *MNO*, et ce point *Z* représentera le point *L*; les points *Q*, *R* et *P*, milieux des côtés, seront les centres de gravité des bases des pyramides quadran-

gulaires, et les droites $ZP$, $ZQ$ et $ZR$ allant de ces centres de gravité au sommet commun de ces trois pyramides, renferment les centres de gravité de celles-ci; on voit même qu'en prenant $QV=\frac{QZ}{4}$, $RS=\frac{RZ}{4}$ et $PT=\frac{PZ}{4}$, les points $V$, $S$ et $T$ seront les centres de gravité de ces trois pyramides quadrangulaires : d'après cela, si on mène $RP$ et $ST$, ces droites seront parallèles d'après la construction indiquée; et comme $XR=XP$, on aura $SY=YT$, et par conséquent le point $Y$ est le centre de gravité du système des deux pyramides quadrangulaires dont les centres de gravité particuliers sont en $S$ et $T$; ainsi il existe donc en $Y$ une force double de celle qui est appliquée en $V$, par conséquent le centre de ces forces, c'est-à-dire le centre de gravité du prisme considéré sera en $Z$, c'est-à-dire en $L$, si

on prouve que $YZ=\frac{ZV}{2}$; or,

$$YZ=MQ-MX-ZQ-XY \text{ et } ZV=ZQ-VQ$$

et comme on a $MX=\frac{MQ}{2}$, $ZQ=\frac{MQ}{3}$,

il suit que :

$$XZ=MQ-MX-ZQ=MQ-\tfrac{1}{2}MQ-\tfrac{1}{3}MQ=\tfrac{1}{6}MQ;$$

mais $XY=\frac{XZ}{4}=\frac{MQ}{24}$, donc $YZ=\frac{MQ}{6}-\frac{MQ}{24}=\frac{MQ}{8}$;

d'ailleurs $VQ=\frac{ZQ}{4}=\frac{MQ}{12}$, donc $ZV=\frac{MQ}{3}-\frac{MQ}{12}=\frac{MQ}{4}$

ce qui prouve que $YZ=\frac{ZV}{2}$, et par conséquent le point $Z$ ou le point $L$ est le centre de gravité du prisme triangulaire.

Il est facile de prouver, d'après cela, que le centre de gravité d'un prisme quelconque est au milieu de la droite qui unit les centres de gravité de ses bases, car en décomposant les bases de ce prisme en triangles par des diagonales, et en faisant passer des plans par ces diagonales, on décompose le prisme total en un certain nombre de prismes triangulaires; et en imaginant un plan situé à égale distance des bases du prisme total, ce plan coupera les prismes triangulaires suivant les triangles dont les centres de gravité seront, d'après ce qui a été prouvé, les

centres de gravité mêmes de ces prismes; de plus, comme tous ces prismes triangulaires ont même hauteur, ils sont entr'eux comme leurs bases ou comme les sections, en sorte que le centre de gravité du systême des prismes triangulaires, c'est-à-dire celui du prisme total, n'est autre chose que le centre de gravité du systême des triangles, c'est-à-dire de la section déterminée par le plan sécant dans le prisme total; or il est manifeste que ce point est le milieu de la droite qui unit les centres de gravité des bases du prisme total, par conséquent le principe avancé est démontré.

Le centre de gravité d'une sphère est à son centre; car en imaginant un plan par le centre, ce plan coupe la sphère suivant un grand cercle, et divise le corps en deux hémisphères superposables; si donc on les superpose, leurs centres de gravité seront évidemment au même point; et par conséquent, en les ramenant dans leur position naturelle, ces centres de gravité se trouveront à égale distance du plan sécant, auquel cas le centre de gravité du systême, c'est-à-dire de la sphère, sera sur ce plan; or, on prouveroit de même que ce centre de gravité est encore sur deux autres plans quelconques passant par le centre, dès-lors il est au point commun à ces trois plans, c'est-à-dire au centre.

## GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

*Sur les surfaces du second degré.* Par M. Poisson.

### Lemme.

Si entre les quantités $a, b, c, a', b', c', a'', b'', c'', R, R', R''$, on a les six équations

$$\left.\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= R^2 \\ a'^2 + b'^2 + c'^2 &= R'^2 \\ a''^2 + b''^2 + c''^2 &= R''^2 \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(1)$$

$$\left.\begin{aligned} aa' + bb' + cc' &= 0 \\ aa'' + bb'' + cc'' &= 0 \\ a'a'' + b'b'' + c'c'' &= 0 \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(2)$$

on aura aussi les six équations

$$\left.\begin{aligned}\frac{a^2}{R^2}+\frac{a'^2}{R'^2}+\frac{a''^2}{R''^2}&=1\\ \frac{b^2}{R^2}+\frac{b'^2}{R'^2}+\frac{b''^2}{R''^2}&=1\\ \frac{c^2}{R^2}+\frac{c'^2}{R'^2}+\frac{c''^2}{R''^2}&=1\end{aligned}\right\}\ldots.(3)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{ab}{R^2}+\frac{a'b'}{R'^2}+\frac{a''b''}{R''^2}&=0\\ \frac{ac}{R^2}+\frac{a'c'}{R'^2}+\frac{a''c''}{R''^2}&=0\\ \frac{bc}{R^2}+\frac{b'c'}{R'^2}+\frac{b''c''}{R''^2}&=0\end{aligned}\right\}\ldots.(4)$$

Pour le démontrer, prenons trois indéterminées $u$, $v$, $s$, et faisons

$$\begin{aligned}au+a'v+a''s&=p\\ bu+b'v+b''s&=q\\ cu+c'v+c''s&=r\end{aligned}$$

Élevons au carré les deux membres de chacune de ces équations, et ajoutons ensuite ces carrés, nous aurons, en ayant égard aux équations (1) et (2),

$$R^2u^2+R'^2v^2+R''^2s^2=p^2+q^2+r^2;$$

ajoutons ces mêmes équations, 1°. après avoir multiplié la première par $a$, la seconde par $b$, la troisième par $c$; 2°. après avoir multiplié la première par $a'$, la seconde par $b'$, la troisième par $c'$; 3°. après avoir multiplié la première par $a''$, la seconde par $b''$, la troisième par $c''$, il viendra, en vertu des équations (1) et (2),

$$\begin{aligned}R^2u&=pa+qb+rc\\ R'^2v&=pa'+qb'+rc'\\ R''^2s&=pa''+qb''+rc''\end{aligned}$$

Si on tire de là les valeurs de $u^2$, $v^2$, $s^2$, et qu'on les substitue

dans l'équation précédente, on aura

$$p^2\left(\frac{a^2}{R^2}+\frac{a'^2}{R'^2}+\frac{a''^2}{R''^2}\right)+q^2\left(\frac{b}{R^2}+\frac{b'^2}{R'^2}+\frac{b''^2}{R''^2}\right)$$
$$+r^2\left(\frac{c^2}{R^2}+\frac{c'^2}{R'^2}+\frac{c''^2}{R''^2}\right)+2pq\left(\frac{ab}{R^2}+\frac{a'b'}{R'^2}+\frac{a''b''}{R''^2}\right)$$
$$+2pr\left(\frac{ac}{R^2}+\frac{a'c'}{R'^2}+\frac{a''c''}{R''^2}\right)+2qr\left(\frac{bc}{R^2}+\frac{b'c'}{R'^2}+\frac{b''c''}{R''^2}\right)$$
$$=p^2+q^2+r^2.$$

Or, cette équation doit être identique par rapport à $p$, $q$, $r$; il faut donc égaler entr'eux les coefficiens des termes semblables, ce qui donne les équations (3) et (4), qu'il falloit trouver.

### Théorème Ier.

La surface engendrée par le point d'intersection de trois plans rectangulaires, dont l'un est toujours tangent à une sphère de rayon $R$, l'autre à une sphère de rayon $R'$, et la troisième à une sphère de rayon $R''$; ces trois sphères étant concentriques, est une quatrième sphère concentrique aux trois premières, et dont le rayon est $\sqrt{R^2+R'^2+R''^2}$.

On démontre directement cette proposition, en observant que le plan tangent à une sphère étant perpendiculaire à l'extrémité de son rayon, il s'ensuit que la distance du point d'intersection des trois plans tangens au centre des sphères, est la diagonale d'un parallélipipède rectangle, dont les côtés adjacens sont les trois rayons $R$, $R'$, $R''$, et par conséquent cette distance est toujours égale à $\sqrt{R^2+R'^2+R''^2}$; mais nous allons faire voir comment cette proposition se déduit du lemme précédent.

Pour cela, soient $a$, $b$, $c$, les coordonnées du point de contact mobile sur la sphère du rayon $R$; $a'$, $b'$, $c'$, celles du point de contact sur la sphère du rayon $R'$; $a''$, $b''$, $c''$, celles du point de contact sur la sphère du rayon $R''$; et plaçons l'origine des coordonnées au centre des trois sphères, les équations (1) auront lieu entre ces coordonnées; et comme les équations des plans tangens seront

$$ax+by+cz=R^2,$$
$$a'x+b'y+c'z=R'^2,$$
$$a''x+b''y+c''z=R''^2;$$

les équations (2) auront aussi lieu, puisque ces trois plans doivent

être perpendiculaires entr'eux. Les équations (1) et (2) ayant lieu, on pourra leur substituer les équations (3) et (4); or, en vertu de ces équations, si l'on élève au carré les équations des plans tangens, après avoir divisé la première par $R$, la seconde par $R'$, la troisième par $R''$, et qu'on ajoute ces carrés, la somme se réduira à

$$x^2+y^2+z^2=R^2+R'^2+R''^2,$$

équation d'une sphère dont le centre est à l'origine des coordonnées et dont le rayon est égal à $\sqrt{R^2+R'^2+R''^2}$.. *C. Q. F. D.*

## Théorème IIe. (1)

La surface engendrée par le point d'intersection de trois plans rectangulaires, perpétuellement tangens à un même ellipsoïde ou à un même hyperboloïde, est une sphère concentrique à cet ellipsoïde ou à cet hyperboloïde, et dont le rayon est égal à la racine carrée de la somme des carrés des trois demi-axes.

Soit $Ax^2+By^2+Cz^2=1$, l'équation de la surface du second degré; soient aussi $x', y', z'$; $x'', y'', z''$; $x''', y''', z'''$, les coordonnées des trois points de contact, en sorte qu'on ait

$$\left.\begin{array}{l} Ax'^2+By'^2+Cz'^2=1 \\ Ax''^2+By''^2+Cz''^2=1 \\ Ax'''^2+By'''^2+Cz'''^2=1 \end{array}\right\}\ldots\ldots(5)$$

les équations des trois plans tangens seront

$$\begin{array}{l} Axx'+Byy'+Czz'=1 \\ Axx''+Byy''+Czz''=1 \\ Axx'''+Byy'''+Czz'''=1 \end{array}$$

et comme ces plans doivent être rectangulaires, on aura

$$\left.\begin{array}{l} A^2x'x''+B^2y'y''+C^2z'z''=0 \\ A^2x'x'''+B^2y'y'''+C^2z'z'''=0 \\ A^2x''x'''+B^2y''y'''+C^2z''z'''=0 \end{array}\right\}\ldots\ldots(6)$$

(1) Ce théorème est de M. Monge; il est énoncé page 30 de cette Correspondance.

Si maintenant on fait $Ax' = a$, $Ax'' = a'$, $Ax''' = a''$; $By' = b$, $By'' = b'$, $By''' = b''$; $Cz' = c$, $Cz'' = c'$, $Cz''' = c''$, les équations (6) se changeront dans les équations (2), et les équations (5) deviendront

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{a^2}{A}+\dfrac{b^2}{B}+\dfrac{c^2}{C}=1\\[2ex] \dfrac{a'^2}{A}+\dfrac{b'^2}{B}+\dfrac{c'^2}{C}=1\\[2ex] \dfrac{a''^2}{A}+\dfrac{b''^2}{B}+\dfrac{c''^2}{C}=1\end{array}\right\}\ldots\ldots(7)$$

D'ailleurs, en représentant par $R^2$, $R'^2$, $R''^2$, les sommes $a^2+b^2+c^2$, $a'^2+b'^2+c'^2$, $a''+b''^2+c''^2$, on aura les équations (1), et les équations (1) et (2) ayant lieu entre les quantités $a$, $b$, $c$, etc., les équations (3) et (4) auront aussi lieu. Or, au moyen de ces dernières équations et des équations (7), il est aisé d'éliminer, entre les équations des plans tangens, les coordonnées des points de contact, et de parvenir à une équation unique en $x$, $y$, $z$, qui sera celle de la surface cherchée.

En effet, élevons au carré les équations des plans tangens, après avoir divisé la première par $R$, la seconde par $R'$, la troisième par $R''$, et ajoutons ensuite ces carrés, nous aurons, à cause des équations (3) et (4),

$$x^2+y^2+z^2=\frac{1}{R^2}+\frac{1}{R'^2}+\frac{1}{R''^2};$$

ajoutons de même les équations (7), après avoir divisé la première par $R^2$, la seconde par $R'^2$, la troisième par $R''^2$, nous aurons, à cause des équations (3) et (4),

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=\frac{1}{R^2}+\frac{1}{R'^2}+\frac{1}{R''^2};$$

donc

$$x^2+y^2+z^2=\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C};$$

équation qui renferme le théorême qu'on vouloit démontrer.

On peut observer que, dans le cas de l'hyperboloïde, une au moins des trois quantités $A$, $B$, $C$, sera négative; il pourra donc arriver que $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}$ soit aussi négative, et alors il faudra conclure qu'il n'existe aucun point dans l'espace,

par lequel on puisse mener trois plans qui soient en même temps rectangulaires et tangens à l'hyperboloïde proposé. Si l'on avoit $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=0$, il n'y auroit qu'un seul point, savoir le centre, par lequel on pût mener ces trois plans tangens.

De même dans l'hyperbole, si l'angle des asymptotes est plus petit qu'un droit, il est impossible de mener deux tangentes à l'hyperbole, qui se coupent à angle droit. Au contraire, quand l'angle des asymptotes est obtus, il existe une infinité de systêmes de tangentes rectangulaires, dont les sommets sont rangés sur une circonférence qui a pour centre celui de l'hyperbole. Enfin, dans l'hyperbole équilatère, les asymptotes sont les seules tangentes rectangulaires qu'on puisse mener.

## GÉOMÉTRIE.

### *De l'Hyperboloïde de révolution, engendré par la ligne droite.*

Par M. Hachette.

De deux droites situées d'une manière quelconque l'une par rapport à l'autre, la première étant fixe et la seconde mobile, la surface engendrée par la droite mobile, qui tourne autour de la droite fixe, comme axe de rotation, est un *hyperboloïde* de révolution.

Cette surface est formée de deux nappes égales et symétriques, réunies par un cercle qui a pour rayon la plus courte distance de la droite fixe et de la droite mobile. Nous allons démontrer qu'un plan quelconque, passant par la droite fixe, coupe la droite mobile en différens points dont le lieu est une hyperbole; comptant les abscisses sur l'intersection d'un plan quelconque passant par la droite fixe, et du plan qui contient le plus petit cercle de la surface, chaque abscisse sera l'hypothénuse d'un triangle rectangle qui a pour côté adjacent à l'angle droit le rayon du plus petit cercle de la surface, et pour second côté la projection de la droite mobile sur le plan de ce petit cercle; or, l'inclinaison de la droite mobile, par rapport à ce plan, est constante; donc, si on nomme $D$ la plus courte distance des deux droites données, $x$ l'abscisse, et $z$ l'ordonnée qui y correspond, on aura

$$\frac{z}{\sqrt{x^2-D^2}}=constante=m$$

d'où l'on tire $z^2=m^2x^2-m^2D^2$; équation de l'hyperbole située

dans un plan quelconque passant par la droite fixe ; donc la surface engendrée par la droite mobile est un *hyperboloïde* de révolution.

*De la génération de l'Hyperboloïde de révolution.*

L'hyperboloïde de révolution peut être engendré par une droite de deux manières différentes, en sorte qu'il n'y a aucun point de cette surface pour lequel on ne puisse mener deux lignes droites tout entières sur la surface.

*Démonstration*. La droite fixe et la droite mobile étant données, qu'on imagine la perpendiculaire à ces deux droites, et par le pied de la perpendiculaire sur la droite mobile, une parallèle à la droite fixe; cette parallèle $A$ et la droite mobile $B$ se rencontrent en un point par lequel, si on mène une troisième droite $C$ faisant avec la parallèle $A$ le même angle que la droite $B$ (ces trois droites $A$, $B$, $C$ étant sur le même plan), les surfaces engendrées par les droites $B$ et $C$ tournant autour de la droite fixe se confondront en une seule et même surface ; car elles sont formées des mêmes cercles : donc il n'y a aucun point de la surface pour lequel on ne puisse trouver la génératrice correspondante aux deux systêmes de génération ; et, pour la déterminer, on concevra la surface cylindrique qui a pour base le plus petit cercle de la surface, et pour arêtes, des droites perpendiculaires au plan de ce petit cercle ; on menera par le point donné sur la surface, un plan tangent au cylindre, et les deux droites de ce plan menées par le point donné, de telle manière qu'elles fassent, avec le plan du petit cercle, des angles égaux à ceux que la génératrice fait avec ce même plan, seront les deux positions de la génératrice correspondantes aux deux systêmes de génération.

*Des sections de l'Hyperboloïde de révolution par un plan.*

La section d'un hyperboloïde de révolution par un plan, est une des trois sections coniques : ellipse, parabole et hyperbole. En effet, si par un point quelconque de l'axe de l'hyperboloïde, on mène une droite parallèle à la génératrice, en la faisant tourner autour de cet axe, elle engendrera un cône droit; or, quelle que soit la section du cône ainsi engendré par un plan, un plan parallèle donnera une section de même espèce dans l'hyperboloïde, car il n'y a aucune position de la génératrice de l'hyperboloïde qui n'ait sa parallèle dans le cône droit : donc, si un plan coupe toutes les arêtes du cône, il coupe aussi toutes les génératrices de l'hyperboloïde, et par conséquent la courbe sera fermée sur l'une et l'autre surface. Si le plan qui coupe le cône

est parallèle à une de ses arêtes, il sera aussi parallèle à la génératrice de l'hyperboloïde dans une de ses positions: donc la courbe d'intersection aura, sur les deux surfaces, des branches infinies. Lorsqu'un plan touchera le cône droit, un plan qui lui sera parallèle coupera l'hyperboloïde selon une parabole; car on verra dans l'article suivant que cette courbe, quoique infinie, n'a pas d'asymptote, ce qui la distingue de l'hyperbole.

### *De la tangente et des asymptotes aux sections planes de l'Hyperboloïde de révolution.*

La tangente en un point quelconque de la section plane de l'hyperboloïde se trouvant à-la-fois et sur le plan coupant et sur le plan tangent (1), sa position sera déterminée, si on connoît celle du plan tangent; or, on détermine ce dernier plan, en observant qu'il n'y a aucun point de l'hyperboloïde par lequel on ne puisse tracer deux lignes droites sur sa surface, et que ces deux droites seront nécessairement dans le plan tangent; que d'ailleurs ce plan est perpendiculaire au plan méridien mené par le point de contact; d'où il suit: 1°. que tout plan mené par la génératrice considérée dans une position quelconque, touche la surface en différens points qui se trouvent successivement aux points de rencontre de cette génératrice avec les plans méridiens; 2°. que le plan mené par cette même génératrice perpendiculairement au plan méridien qui lui est parallèle, touche aussi la surface; mais le point de contact est une distance infinie de l'axe de révolution.

Si le plan coupe l'hyperboloïde suivant une courbe dont les branches sont infinies, on menera par le sommet du cône droit dont on a parlé dans l'article précédent, un plan parallèle au plan coupant, on déterminera les lignes droites et les méridiens de l'hyperboloïde parallèles à ces arêtes, et par chacune de ces droites, qui est la génératrice considérée dans une position déterminée, on menera un plan perpendiculaire au plan du méridien parallèle à une même génératrice; ce plan et celui qui coupe l'hyperboloïde se rencontreront suivant une droite qui sera l'asymptote de la courbe à branches infinies : si ces deux plans étoient parallèles, il n'y auroit pas d'asymptote; ce qui a lieu pour le cas de la parabole dont il a été parlé dans l'article précédent.

---

(1) Cette dénomination de *plan tangent* ne convient que pour un seul point de la surface; pour tout autre point, il est sécant. La même chose a lieu pour toutes les surfaces engendrées par une droite mobile, et qui ne sont pas développables.

**Extrait d'une Lettre de M. Poinsot, ancien élève, Professeur au Lycée Bonaparte, du 6 janvier 1807.**

« Si l'on développe un arc de cercle quelconque $IO=s$, (fig. A) ensuite le développement $IO'=s'$ qui en résulte, ensuite le développement $IO''=s''$, et ainsi à l'infini ; mais en développant toujours ces arcs, à partir du même point $I$ où ils se coupent tous successivement à angle droit, on aura, en faisant le rayon du cercle égal à l'unité,

$$s'=\frac{s^2}{2.},\ s''=\frac{s^3}{2.3},\ s'''=\frac{s^4}{2.3.4},\ \text{etc.}$$

et partant,

$$1+s+s'+s''+s'''+\text{etc.}=e^s,$$

$e$ désignant la base des logarithmes de Néper.

On aura donc aussi

$$s-s''-s^{\text{IV}}+s^{\text{VI}}+\text{etc.}=\sin.s$$
$$1-s'+s'''-s^{\text{V}}+\text{etc.}=\cos.s;$$

et cela est en général, quelle que soit la longueur de l'arc primitif développé. La démonstration est très-facile, en observant que l'élément $ds'$ est à l'élément correspondant $ds$, comme $s$ est au rayon 1, et de même $ds'':ds::s':1$, etc.; d'où, en intégrant, par rapport à la variable $s$, considérée comme uniforme, on tire

$$s'=\frac{s^2}{2},\ s''=\frac{s^3}{2.3},\ \text{etc.},$$

les constantes étant nulles, puisque les arcs sont nuls en même temps que l'arc $s$.

On voit que la suite des lignes $1+s+s'+s''+$ etc. répond au nombre $e$, quand on fait l'arc égal au rayon ; qu'un arc $s$ égal au diamètre 2, donne un développement

$$s'=\frac{s^2}{2}=\frac{4}{2}=2,$$

égal à l'arc développé.

Et si l'on veut trouver quel est l'arc qui est égal au dernier développement, ou qui donne un arc quelconque de la suite égal à un autre, il n'y aura qu'à égaler l'expression de ces arcs, et l'on aura la valeur de $s$ par une simple extraction de racine d'un degré marqué par l'intervalle de ces arcs, etc. »

A cette lettre est joint l'énoncé du problême suivant :

« Etant données deux droites qu'on ne peut pas prolonger, et un point dedans ou hors l'angle qu'elles comprennent, mener par ce point une troisième droite vers leur point de concours, en ne faisant usage que de la règle. »

## PHYSIQUE.

### *Sur l'Action capillaire.* Par M. Laplace (1).

En considérant sous un nouveau point de vue la théorie de l'action capillaire, je suis parvenu non-seulement à la simplifier, mais encore à généraliser les résultats auxquels j'avois été précédemment conduit par l'analyse. Je n'avois déterminé l'élévation ou la dépression des fluides, que dans les espaces capillaires de révolution et entre des plans; je vais la déterminer ici, quels que soient ces espaces et la nature des parois qui les renferment, en supposant même dans ces espaces un nombre quelconque de fluides placés les uns au-dessus des autres, et j'en concluerai l'accroissement et la diminution de poids que les corps plongés dans les fluides éprouvent par l'action capillaire. La combinaison de ces résultats avec ceux que j'ai trouvés par l'analyse, m'a donné l'expression exacte des affinités des différens corps avec les fluides, au moyen des expériences faites sur la résistance que les disques des diverses substances, appliqués à la surface des fluides, opposent à leur séparation. J'ose croire que cela pourra répandre un grand jour sur la théorie des affinités; car ce que j'avance est fondé sur des raisonnemens géométriques, et non sur des considérations vagues et précaires qu'il faut bannir sévèrement de la philosophie naturelle, à moins qu'on ne les présente, ainsi que Newton l'a fait dans son optique, comme de simples conjectures propres à guider dans des recherches ultérieures, mais qui laissent presqu'en entier le mérite de la découverte, à celui qui les établit solidement par l'observation ou par l'analyse. Je me propose de publier incessamment, dans un supplément à ma Théorie de l'action capillaire, les démonstrations analytiques des théorêmes que je n'ai fait qu'énoncer. J'exposerai en même-temps un nouveau moyen de parvenir aux équations fondamentales de cette théorie. Je déduirai de ces équations les théorêmes généraux que je

(1) M. le professeur de physique de l'Ecole Polytechnique fait dans son cours toutes les expériences sur l'action capillaire, qu'il est indispensable de connoître pour entendre la théorie exposée par M. Laplace, et montre l'accord de cette théorie avec tous les faits qui ont été observés jusqu'à présent.

vais présenter ici, en les démontrant par la considération directe de toutes les forces qui concourent à la production des effets capillaires. Ces démonstrations réunissent à l'avantage d'une extrême simplicité, celui d'éclairer la cause et le mécanisme de ces effets. On verra que les forces dont ils dépendent ne s'arrêtent point à la superficie des fluides, mais qu'elles s'étendent dans tout leur intérieur et jusqu'aux extrémités des corps qui y sont plongés ; ce qui établit l'entière identité de ces forces avec les affinités.

« Si l'on conçoit un tube quelconque prismatique droit, vertical » et plongeant par son extrémité inférieure dans un fluide indé- » fini, le volume du fluide intérieur, élevé au-dessus du niveau » de l'action capillaire, est égal au contour de la base intérieure » du prisme, multiplié par une constante qui est la même pour » tous les tubes prismatiques de la même matière, plongeant dans » le même fluide. »

Pour démontrer ce théorême, imaginons à l'extrémité inférieure du tube un second tube dont les parois infiniment minces soient le prolongement de la surface intérieure du premier tube, et qui, n'ayant aucune action sur le fluide, n'empêchent point l'attraction réciproque des molécules du premier tube et du fluide. Supposons que ce second tube soit d'abord vertical, qu'ensuite il se recourbe horizontalement, et qu'enfin il reprenne sa direction verticale, en conservant dans toute son étendue la même figure et la même largeur, il est visible que, dans l'état d'équilibre du fluide, la pression doit être la même dans les deux branches verticales du canal composé du premier et du second tube. Mais comme il y a plus de fluide dans la première branche verticale formée du premier tube et d'une partie du second, que dans l'autre branche verticale, il faut que l'excès de pression qui en résulte soit détruit par les attractions du prisme et du fluide sur le fluide contenu dans cette première branche. Analysons avec soin ces attractions diverses, considérons d'abord celles qui ont lieu vers la partie inférieure du premier tube.

Concevons pour cela que la base de ce tube soit horizontale : le fluide contenu dans le second tube sera attiré verticalement vers le bas, 1°. par lui-même ; 2°. par le fluide environnant ce second tube. Mais ces deux attractions sont détruites par les attractions semblables qu'éprouve le fluide contenu dans la seconde branche verticale du canal, près de la surface du niveau du fluide : on peut donc en faire abstraction ici. Le fluide de la première branche verticale du second tube sera encore attiré verticalement en haut par le fluide du premier tube ; mais cette attraction sera détruite par l'attraction qu'il exerce sur ce dernier fluide ; on peut donc encore ici faire abstraction de ces deux attractions réciproques.

Enfin, le fluide du second tube sera attiré verticalement en haut par le premier tube, et il en résultera dans ce fluide une force verticale que nous désignerons par $Q$, et qui contribuera à détruire l'excès de pression dû à l'élévation du fluide dans le premier tube.

Examinons présentement les forces dont le fluide du premier tube est animé. Il éprouve, dans sa partie inférieure les attractions suivantes : 1°. il est attiré par lui-même; mais les attractions réciproques des molécules d'un corps ne lui impriment aucun mouvement, s'il est solide; et l'on peut, sans troubler l'équilibre, concevoir le fluide du premier tube, consolidé; 2°. ce fluide est attiré par le fluide intérieur du second tube; mais on vient de voir que les attractions réciproques de ces deux fluides se détruisent, et qu'il n'en faut point tenir compte; 3°. il est attiré par le fluide extérieur qui environne le second tube; et de cette attraction il résulte une force verticale dirigée par le bas, et que nous désignerons par $-Q'$. Nous lui donnons le signe $-$ pour indiquer que sa direction est contraire à celle de la force $Q$. Nous observerons ici que si les lois d'attractions relatives à la distance sont les mêmes pour les molécules du premier tube et pour celles du fluide, en sorte qu'elles ne diffèrent que par leur intensité, en nommant $\rho$ et $\rho'$ ces intensités à volume égal, les forces $Q$ et $Q'$ sont proportionnelles à $\rho$ et à $\rho'$; car la surface intérieure du fluide qui environne le second tube est la même que la surface intérieure du premier tube : les deux masses ne diffèrent donc que par leur épaisseur. Mais l'attraction des masses devenant insensible à des distances sensibles, la différence de leurs épaisseurs n'en produit aucune dans leurs attractions, pourvu que ces épaisseurs soient sensibles; 4°. enfin, le fluide du premier tube est attiré verticalement par ce tube. En effet, concevons ce fluide partagé dans une infinité de petites colonnes verticales; si par l'extrémité supérieure d'une de ces colonnes on mène un plan horizontal, la partie du tube inférieure à ce plan ne produira aucune force verticale dans la colonne. Il n'y aura donc de force verticale produite, que celle qui sera due à la partie du tube supérieure au plan, et il est visible que l'attraction verticale de cette partie du tube sur la colonne sera la même que celle du tube entier sur une colonne égale et semblablement placée dans le second tube. La force verticale entière produite par l'attraction du premier tube sur le fluide qu'il renferme, sera donc égale à celle que produit l'attraction de ce tube sur le fluide renfermé dans le second tube : cette force sera donc égale à $Q$.

En réunissant toutes les attractions verticales qu'éprouve le fluide renfermé dans la première branche verticale du canal, on aura une force verticale dirigée de bas en haut, et égale à $2Q-Q'$.

Cette force doit balancer l'excès de pression dû au poids du fluide élevé au-dessus du niveau. Soit $V$ son volume, $D$ sa densité, et $g$ la pesanteur, $gD.V$ sera son poids : on aura donc

$$gD.V = 2Q - Q'.$$

Maintenant, l'attraction n'étant sensible qu'à des distances imperceptibles, le premier tube n'agit sensiblement que sur des colonnes extrêmement voisines de ses parois ; on peut donc faire abstraction de la courbure de ces parois, et les considérer comme étant développées sur une surface plane. La force $Q$ sera proportionnelle à la largeur de cette surface, ou, ce qui revient au même, au contour de la base de la surface intérieure du parallélipipède. Ainsi, en nommant $c$ ce contour, on aura $Q = \rho.c$, $\rho$ étant une constante proportionnelle à l'intensité de l'attraction de la matière du premier tube sur le fluide. On aura pareillement $Q' = \rho'.c$, $\rho'$ étant proportionnel à l'intensité de l'attraction du fluide sur lui-même ; donc

$$V = \frac{(2\rho - \rho').c}{gD};$$

ce qui est l'expression algébrique du théorême qu'il s'agissoit de démontrer.

On déterminera la constante $\frac{2\rho - \rho'}{g.D}$, au moyen de l'élévation observée du fluide dans un tube cylindrique très-étroit. Soit $q$ la hauteur à laquelle le fluide s'élève dans ce tube, et $l$ le rayon du creux du tube ; en nommant $\pi$ la demi-circonférence dont le rayon est l'unité, on aura, à très-peu près, $V = \pi.\, l^2 q$, $c = 2l\pi$ ; l'équation précédente donnera donc $\frac{2\rho - \rho'}{g.D} = \frac{lq}{2}$, et par conséquent on aura

$$V = \frac{lq}{2} \cdot c.$$

Si $\rho'$ surpasse $2\rho$, $q$ sera négatif, et par conséquent l'élévation du fluide se changeant en dépression, $V$ sera négatif.

Nommons $h$ la hauteur moyenne de toutes les colonnes fluides qui composent le volume $V$, et $b$ la base intérieure du parallélipipède, on aura $V = hb$, et par conséquent

$$h = \frac{lq.c}{2b}.$$

Lorsque les bases des différens parallélipipèdes sont des figures

semblables, elles sont proportionnelles aux carrés de leurs lignes homologues, et leurs contours sont proportionnels à ces lignes; les hauteurs $h$ sont donc alors réciproques à ces mêmes lignes.

Si les bases sont des polygones réguliers, elles seront égales au produit de leurs contours, par la moitié des rayons des cercles inscrits; les hauteurs $h$ seront donc réciproques à ces rayons. En désignant par $r$ ces rayons, on aura

$$h = \frac{lq}{r}.$$

Ainsi, en supposant deux bases égales, dont l'une soit un carré, et dont l'autre soit un triangle équilatéral, les valeurs de $h$ seront entre elles comme $2 : 3^{\frac{1}{4}}$, ou, à fort peu près, comme $7 : 8$.

M. Gellert a fait quelques expériences sur l'élévation de l'eau dans des tubes de verre prismatiques, rectangulaires et triangulaires (1). Elles confirment la loi suivant laquelle les hauteurs sont réciproques aux lignes homologues des bases semblables. Ce savant conclut encore de ses expériences, que dans des prismes rectangulaires et triangulaires dont les bases sont égales, les élévations du fluide sont les mêmes; mais il convient que cela n'est pas aussi certain que la loi des hauteurs réciproques aux lignes homologues des bases semblables. En effet, on vient de voir qu'il y a un huitième de différence entre les élévations du fluide dans deux prismes rectangulaires et triangulaires dont les bases sont égales, et dont l'une est un carré, et l'autre un triangle équilatéral. Les expériences rapportées par M. Gellert n'offrent point de données suffisantes pour en comparer exactement les résultats à la théorie précédente.

Si la base du parallélipipède est un rectangle dont le grand côté soit égal à $a$, et dont l'autre côté, supposé très-petit, soit égal à $l$, on aura $b = al$, et $c = 2a + 2l$; donc

$$H = \frac{lq.(2a + 2l)}{2al} = q\left(1 + \frac{l}{a}\right):$$

En négligeant $\frac{l}{a}$, eu égard à l'unité, on aura $h = q$, conformément à l'expérience.

« Si le vase indéfini, dans lequel le parallélipipède est plongé, » renferme un nombre quelconque de fluides placés horizontale-

(1) Mémoires de l'Académie de Pétersbourg, tome XII.

» ment les uns au-dessus des autres, l'excès du poids des fluides » contenus dans le tube sur le poids des fluides qu'il eût renfer- » més sans l'action capillaire, est le même que le poids du fluide » qui s'éleveroit au-dessus du niveau, dans le cas où il n'y auroit » dans le vase que le fluide dans lequel plonge l'extrémité infé- » rieure du parallélipipède. »

En effet, l'action du prisme et de ce fluide sur le même fluide renfermé dans le tube, est évidemment la même que dans ce dernier cas. Les autres fluides contenus dans le prisme étant élevés sensiblement au-dessus de sa base inférieure, le prisme n'a aucune action sur chacun d'eux pour les élever ou pour les abaisser. Quant à l'action réciproque de ces fluides les uns sur les autres, elle se détruiroit évidemment s'ils formoient ensemble une masse solide, ce que l'on peut supposer sans troubler l'équilibre.

« Si le vase ne renferme que deux fluides dans lesquels le prisme » soit entièrement plongé, de manière qu'il plonge dans l'un par » sa partie supérieure, et dans l'autre par sa partie inférieure, le » poids du fluide inférieur élevé dans le prisme par l'action ca- » pillaire, au-dessus de son niveau dans le vase, sera égal au » poids d'un pareil volume du fluide supérieur, plus au poids du » fluide inférieur qui s'éleveroit dans le prisme au-dessus du ni- » veau, s'il n'y avoit que ce fluide dans le vase, moins au poids » du fluide supérieur qui s'éleveroit dans le même prisme, au- » dessus du niveau, si ce fluide existoit seul dans le vase. »

Pour le démontrer, on observera que l'action du prisme sur la partie du fluide inférieur qu'il contient, est la même que si ce fluide existoit seul dans le vase; ce fluide est donc, dans ces deux cas, sollicité verticalement de bas en haut de la même manière, soit par l'attraction du prisme, soit par l'attraction du fluide qui environne la partie inférieure du prisme; et la réunion de ces attractions équivaut au poids du volume de ce fluide, qui s'éleveroit dans le prisme au-dessus du niveau, s'il existoit seul dans le vase. Pareillement, le fluide supérieur contenu dans la partie supérieure du prisme est sollicité verticalement de haut en bas par l'action du prisme et du fluide qui environnent cette partie, comme il seroit sollicité de bas en haut par les mêmes actions, si le vase ne renfermoit que le fluide supérieur; et la réunion de ces actions équivaut au poids du fluide supérieur qui s'éleveroit alors dans le prisme au-dessus de son niveau dans le vase. Enfin, la colonne des fluides intérieurs au prisme, qui est au-dessus du niveau du fluide inférieur dans le vase, est sollicitée verticalement du haut en bas par son propre poids, et du bas en haut par le poids d'une colonne semblable du fluide supérieur. En réunissant toutes ces forces qui doivent se faire équilibre, on aura le théorême

que nous venons d'énoncer. On déterminera, par les mêmes principes, ce qui doit avoir lieu lorsqu'un prisme creux est entièrement plongé dans un vase rempli d'un nombre quelconque de fluides.

Nous avons supposé, dans ce qui précède, la base inférieure du prisme horizontale; mais si elle étoit inclinée à l'horizon, l'action verticale du prisme sur le fluide seroit toujours la même; car un plan d'une épaisseur sensible, qui plonge dans un fluide par sa partie inférieure dont la surface est terminée par une ligne droite inclinée à l'horizon, attire ce fluide parallèlement à sa surface, et perpendiculairement à la droite qui la termine, proportionnellement à la longueur de cette ligne; mais cette attraction décomposée verticalement, est proportionnelle à la largeur horizontale du plan. De-là il est facile de conclure généralement que, quelle que soit la forme de la base inférieure du prisme, son attraction verticale et celle du fluide extérieur sur le fluide qu'il renferme, sont les mêmes que si la base étoit horizontale. Ainsi, le premier théorême aura généralement lieu, si l'on entend par le contour de la base intérieure celui de la section intérieure perpendiculaire aux cotés du prisme.

« Si le prisme qui, par sa partie inférieure, plonge dans le » fluide d'un vase indéfini, est oblique à l'horizon, le volume de » fluide élevé dans le prisme au-dessous du niveau du fluide du » vase, multiplié par le sinus de l'inclinaison des côtés du prisme » à l'horizon, est constamment le même, quelle que soit cette » inclinaison. »

En effet, ce produit exprime le poids du volume de fluide élevé au-dessus du niveau, et décomposé parallèlement aux côtés du prisme : ce poids, ainsi décomposé, doit balancer l'attraction du prisme et du fluide extérieur sur le fluide qu'il renferme; attraction qui est évidemment la même, quelle que soit l'inclinaison du prisme : la hauteur verticale moyenne du fluide au-dessus du niveau est donc constamment la même.

« Si l'on place verticalement un parallélipipède dans un autre » parallélipipède vertical de la même matière, et que l'on plonge » dans un fluide leurs extrémités inférieures; en nommant $V$ le » volume du fluide élevé au-dessus du niveau, dans l'espace » compris entre ces deux parallélipipèdes, on aura

$$» V=\frac{(2\rho-\rho')}{g.D}\cdot(c+c')=\frac{lq^2}{2}\cdot(c+c'),$$

» $c$ étant le contour de la base intérieure du plus grand parallé» lipipède, et $c'$ étant le contour de la base extérieure du plus petit. »

Ce théorème se démontre de la même manière que le premier. Si les bases des deux parallélipipèdes sont des polygones semblables, dont les côtés homologues soient parallèles et placés à la même distance ; en nommant $l$ cette distance, la base de l'espace que les deux parallélipipèdes laissent entre eux, sera $\frac{l.(c+c')}{2}$; ainsi $h$ étant la hauteur moyenne du fluide soulevé, on aura

$$V=hl.\frac{(c+c')}{2};$$

et par conséquent $h=q$. On peut déterminer encore par les principes précédens, ce qui doit avoir lieu dans le cas où les prismes sont plongés, en tout ou en partie, dans un vase rempli d'un nombre quelconque de fluides, et dans le cas où ces prismes sont inclinés à l'horizon.

« Les mêmes choses étant posées comme dans le théorême » précédent, si les deux parallélipipèdes sont de différentes ma- » tières, en nommant $\rho$ pour le plus grand, et $\rho_1$ pour le plus » petit, ce que nous avons précédemment désigné par $\rho$, on aura

$$» V=\frac{(2\rho-\rho')}{gD}.c+\frac{(2\rho_1-\rho')}{gD}$$

» ensorte que si l'on nomme $q$ et $q_1$, les élévations du fluide, » dans deux tubes cylindriques très-étroits du même rayon inté- » rieur $l$, formés respectivement de ces matières, on aura

$$V=\tfrac{1}{2}l.(qc+q_1'c);$$

Ce théorême se démontre encore de la même manière que le premier théorême. On voit facilement que l'on obtiendra, par les mêmes principes, le volume de fluide élevé au-dessus du niveau, dans un espace renfermé par un nombre quelconque de plans verticaux de différentes matières.

Il résulte du théorême précédent, que le volume $V$ du fluide élevé, par l'action capillaire, à l'extérieur d'un prisme plongeant dans un fluide par son extrémité inférieure, est

$$V=\frac{2\rho-\rho'}{gD}.c=\tfrac{1}{2}lq.c,$$

$c$ étant le contour extérieur du prisme. L'augmentation du poids du prisme, due à l'action capillaire, est égale au poids de ce volume de fluide. Elle se change en diminution, si $q$ est négatif, et alors le prisme est soulevé par l'action capillaire. Si ce prisme a pour base

un rectangle très-étroit dont $a$ soit le grand côté, et $l$ le petit, en nommant $i$ sa hauteur, sa solidité sera $ail$, et son contour $c$ sera $2a+2l$; le volume $V$ de fluide déprimé par l'action capillaire sera $aql.\left(1+\frac{l}{a}\right)$. En nommant donc $k$ le rapport de la pesanteur spécifique du prisme à celle du fluide, le poids du prisme sera au poids du volume de fluide déprimé comme $ik : q.\left(1+\frac{a}{l}\right)$; en diminuant donc $i$ convenablement, on pourra rendre ces deux poids égaux, et maintenir ainsi le prisme à la surface du fluide. On pourra déterminer encore, par les principes précédens, la diminution du poids d'un corps entièrement plongé dans un vase rempli de plusieurs fluides.

Si l'on plonge verticalement le bout d'un tube très-étroit dans un fluide, en nommant $l$ le rayon du creux du tube, et $q$ la hauteur à laquelle le fluide y est élevé au-dessus du niveau, on aura, par ma théorie de l'action capillaire :

$$lq=\frac{\cos.\varpi}{\alpha D},$$

$\varpi$ étant l'angle que la surface du fluide intérieur forme avec la partie de la surface intérieure du tube, qui est en contact avec le fluide. Lorsque le fluide est déprimé au-dessous du niveau, cet angle surpasse un angle droit, et alors son cosinus devient négatif ainsi que $q$; $\alpha$ est une constante qui ne dépend que de la pesanteur et de l'action du fluide sur lui-même. On a, par ce qui précède;

$$\frac{2\rho-\rho'}{gD}=\frac{lq}{2};$$

on aura donc

$$\cos.\varpi=\frac{2\alpha.(2\rho-\rho')}{gD}; \quad (1)$$

Mais on a vu dans la théorie citée que $\rho$ étant nul, $\varpi$ est égal à deux angles droits; ce que l'on peut conclure encore de l'analyse que j'exposerai dans un supplément à cette théorie, sur la résistance qu'un disque circulaire fort large, appliqué à la surface d'un fluide, oppose à sa séparation de ce fluide. Il résulte de cette analyse que $i$ étant le rayon du disque supposé de la même matière que le tube précédent, cette résistance est égale à

$$\frac{gD.\pi.i^2.\sqrt{2.\cos.\frac{1}{2}\varpi}}{\sqrt{\alpha}}$$

or, il est clair qu'elle doit être nulle, lorsque $\rho$ est nul, ou lorsque le disque n'a aucune action sur le fluide; on a donc alors cos. $\frac{1}{2}\varpi$, nul, ce qui donne $\varpi = \pi$, et par conséquent cos. $\varpi = -1$; l'équation (1) donnera ainsi

$$\rho' = \frac{g.D}{2a}$$

et par conséquent

$$\frac{\rho}{\rho'} = \cos^2. \tfrac{1}{2}\varpi$$

l'expression précédente de la résistance que le disque oppose à sa séparation du fluide, ou, ce qui revient au même, du poids nécessaire pour l'enlever, devient ainsi $2\pi. l^2. \sqrt{gD.\rho}$ « Donc, » pour des disques de même diamètre et de matières différentes, » les carrés de ces poids divisés par les densités spécifiques des » fluides, sont proportionnels aux valeurs de $\rho$. » On peut donc, par des expériences très-précises sur les résistances que les disques opposent à leur séparation de la surface des fluides, déterminer leurs attractions respectives sur ces fluides.

On doit faire ici deux observations importantes: la première est que $\rho$ exprime l'action d'un plan d'une épaisseur sensible sur un plan fluide d'une épaisseur sensible, et dont la largeur est prise pour une unité, qui lui est parallèle et qui le touche par la droite qui termine une de ses extrémités, quelles que soient d'ailleurs les lois d'attraction des molécules du fluide sur celles du plan et sur ses propres molécules, dans le cas même où ces lois ne seroient pas exprimées par une même fonction de la distance. Mais si cette fonction est la même, alors les valeurs de $\rho$ et de $\rho'$ sont proportionnelles aux intensités respectives des attractions, ou, ce qui revient au même, aux coëfficiens constans qui multiplient la fonction commune de la distance par laquelle la loi de ces attractions est représentée; mais ces valeurs sont relatives à des volumes égaux. Pour le faire voir, concevons deux tubes capillaires de même diamètre et de substances différentes, mais dans lesquels un fluide s'élève à la même hauteur. Il est clair que si l'on prend dans ces tubes deux volumes égaux et infiniment petits, semblablement placés relativement au fluide intérieur, leur action sur ce fluide sera la même, et l'on pourra substituer l'un au lieu de l'autre; or, pour avoir leurs attractions à égalité de masses, il faut diviser les attractions des volumes égaux par les densités respectives; il faut donc diviser les valeurs de $\rho$ et de $\rho'$ par les densités respectives des différens corps.

La seconde observation est que les résultats précédens sup-

posent $\rho$ moindre que $\rho'$; car si $\rho$ surpassoit $\rho'$, le fluide s'uniroit intimement au disque qu'il touche, et formeroit ainsi un nouveau disque dont la surface en contact avec le fluide, seroit le fluide lui-même. Mais comme on peut, par la formule précédente, déterminer la résistance qu'un pareil disque opposeroit à sa séparation, on sera sûr que $\rho$ est moindre que $\rho'$, si la résistance qu'un disque oppose est plus petite que la résistance ainsi calculée.

---

## SERVICE DES PONTS ET CHAUSSÉES.

### *Route du Simplon par le Valais.*

Les travaux de cette route ont été commencés le 12 octobre 1800, (an 9); M. Lescot, ingénieur en chef, avoit alors sous ses ordres MM. Cordier, Polonceau, Coic et Baduel, tous quatre élèves de l'Ecole Polytechnique, et M. Pleinchamp. La rigueur de la saison, les précipices que les montagnes offroient à chaque pas, n'ont pu arrêter le zèle de ces courageux ingénieurs; pleins de force et de jeunesse, ils ont bravé tous les dangers. M. Lescot seul fut victime de son dévouement: excédé de fatigue, il mourut à Brigg, dans le mois de décembre 1801. Il a été remplacé par M. Houdouard, actuellement membre du Corps Législatif.

La route entière fut à peine tracée, qu'il fut décidé qu'une partie seroit exécutée aux frais et sous la direction du gouvernement d'Italie; alors MM. Coic et Baduel furent employés à d'autres travaux dans les Alpes, et la confection de la route depuis Gliss jusqu'à Algaby demeura confiée aux soins de MM. Cordier, Polonceau et Pleinchamp : elle comprend 36000 mètres.

Les ingénieurs italiens ont continué la route d'Algaby à Domo-d'Ossola; cette partie est de 35000 mètres : en sorte que la longueur totale de la route est de 71000 mètres, et son point culminant est de $2005^{m}56$ au-dessus du niveau de la mer.

Lorsque je traversai le Simplon, pour me rendre à Gênes comme examinateur d'admission à l'Ecole Polytechnique, M. Cordier, qui a bien voulu m'accompagner sur la nouvelle route, m'en remit un profil coté; on le trouvera dans la planche qui est jointe à ce numéro. Lorsqu'on fera l'histoire des grands travaux qui s'exécutent actuellement, on verra par la *Correspondance de l'Ecole Polytechnique*, qu'il y a peu de ces travaux dont les projets ou la confection n'aient été confiés à des ingénieurs sortis de cette Ecole. **H.**

## CHIMIE.

*Extrait d'un Mémoire sur la théorie de la fabrication de l'acide sulfurique, lu à l'Institut le 20 janvier, par M. Desormes, ancien élève, et M. Clément.* Par M. HACHETTE.

On sait que lorsqu'on brûle du soufre dans l'air atmosphérique, on obtient de l'acide sulfureux; en ajoutant au soufre une certaine quantité de nitrate de potasse, l'acide sulfureux se change en acide sulfurique. On avoit fait plusieurs hypothèses pour expliquer ce changement : les auteurs du Memoire commencent par les réfuter; on supposoit que le nitre avoit pour objet d'élever la température; mais on observe que le mélange du nitre avec une pâte d'eau et d'argile, qui abaisse la température et retarde la combustion, ne change pas l'effet de ce sel; d'autres avoient cru que l'oxigène dégagé du nitrate de potasse suffisoit pour convertir l'acide sulfureux en acide sulfurique; on démontre par un calcul arithmétique fondé sur les doses d'oxigene qui entrent dans le nitre et l'acide sulfurique, que cette opinion n'est pas soutenable.

Quelle est donc la véritable explication de la conversion de l'acide sulfureux en acide sulfurique dans la fabrication en grand?

MM. Clément et Desormes ont résolu cette question, en prouvant *que l'acide nitrique est l'instrument de l'oxigénation complète du soufre; que, d'abord, le gaz nitreux prend l'oxigène de l'air atmosphérique pour l'offrir à l'acide sulfureux dans un état qui lui convienne.*

Lorsqu'on brûle le mélange ordinaire de soufre, de nitrate de potasse et d'argile humectee, on remarque qu'il s'exhale de l'incendie un mélange de gaz acide nitreux et acide sulfureux avec de l'eau en vapeur et de l'azote provenant de l'air atmosphérique; les deux gaz sulfureux et nitreux ne peuvent exister en contact, sans décomposition du second et conversion du premier en acide sulfurique; déjà loin du foyer, ce mélange de gaz et de vapeurs trouve une température plus basse qui détermine la condensation d'une partie de la vapeur; la pluie qui se forme entraîne avec elle l'acide sulfurique produit, et offre un vide aux différentes substances qui restent; celles-ci s'y précipitent en tourbillonnant et présentent mille points de contact qui *favorisent* le jeu des affinités.

## §. II. CONSEIL DE PERFECTIONNEMENT.

La septième session du Conseil de Perfectionnement a été ouverte le 6 novembre, et a été terminée le 24 décembre 1806.

LISTE DES MEMBRES DU CONSEIL.

*Gouverneur de l'École, Président,*

M. Lacuée. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1

*Examinateurs pour l'admission dans les services publics, Membres désignés par la loi.*

MM. Bossut, Legendre, Vauquelin, Malus. . . . . . . . . . . 4

*Membres de l'Institut, pris, selon la loi, dans la classe des sciences mathématiques et physiques.*

MM. Lagrange, Laplace, Berthollet. . . . . . . . . . . . . . . . 3

*Désignés par S. E. le Ministre de la Guerre.*

MM. Lamogère, officier supérieur d'artillerie; Allent, officier supérieur du génie; Jacotin, colonel ingénieur géographe. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3

*Désignés par S. E. le Ministre de la Marine.*

MM. Sugny (1), inspecteur-général d'artillerie de la marine; Sané, inspecteur-général du génie maritime. . . . . . . . . 2

*Désignés par S. E. le Ministre de l'Intérieur.*

MM. Lefèvre, inspecteur-général des Ponts et chaussées; Gillet-Laumont, membre du conseil des mines. . . . . . . . 2

*Directeur des études de l'École Polytechnique.*

M. de Vernon. 1

*Commissaires choisis par le Conseil d'Instruction de l'École, parmi ses membres.*

MM. Monge, Guyton, Durand, Lebrun, *inspecteur des élèves*. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

*Quartier-Maître de l'École Polytechnique, Secrétaire.*

M. Marielle. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1

Total. . . . . . . 21

Conformément à l'article 37 du titre 9 de la loi du 25 frimaire an 8 (16 décembre 1799), le conseil a choisi M. Duhays, ancien

(1) Remplacé, vu son absence, par le colonel Thirion.

officier du génie, pour être présenté au gouvernement comme professeur d'*art militaire*, en remplacement de M. Vernon, nommé commandant de l'École.

---

*Compte rendu au Conseil de perfectionnement de l'Ecole impériale Polytechnique, par M.* Gillet-Laumont, *inspecteur des Mines, membre de ce Conseil, lu le* 18 *décembre* 1806.

## Sur l'École des mines.

Il existe deux écoles pratiques des Mines, l'une dans le département du Mont-Blanc, l'autre dans le département de la Sarre; la première est en pleine activité; la seconde va commencer à l'être au 1er. janvier 1807.

### *Ecole du Mont-Blanc.*

Cette école est composée de la mine de Pezey, du chef-lieu de l'école, à Moutiers, et de la nouvelle fonderie de Conflans.

A. La mine de plomb argentifère de Pezey est située sous un glacier, vers les sources de l'Isère. Le filon est puissant, et exploité, sur plusieurs étages, dans une grande longueur.

L'école a reçu cette mine dans l'état de délabrement le plus affreux. Les travaux intérieurs étoient bouleversés. Une avalanche de boue souterraine avoit comblé la galerie d'écoulement et englouti plusieurs mineurs. A l'intérieur, les boccards, les laveries, les fonderies étoient en ruines : tout est rétabli; des bâtimens nouveaux ont été élevés, de vastes laveries ont été construites, et cette mine occupe aujourd'hui 350 ouvriers ou chefs d'ateliers.

Le gouvernement de Savoie n'avoit jamais retiré du minéral de Pezey plus de 32 de plomb par cent, et 2 à $2\frac{1}{8}$ d'argent. Depuis cinq ans que l'école y est établie, on a fait quatre fontes dans lesquelles on a retiré à-peu-près la même quantité d'argent; mais à l'égard du plomb, on a obtenu, en traitant le même minerai,

De la 1re. fonte, en l'an 11, 33 p. $\frac{0}{0}$ de plomb,
qui, avec l'argent, ont rapporté. . . . . . . . . . . . . 42.000l
De la 2e. fonte, en l'an 12, . . . . 47 p. $\frac{0}{0}$, . . . . . 142.000l
De la 3e. fonte, en l'an 13, . . . . . 60 p. $\frac{0}{0}$, . . . . . 206.000l
De la 4e. fonte, en l'an 14 (1806), 66 p. $\frac{0}{0}$, . . . . . 282.000l

L'amélioration que l'on a obtenue sur le produit du plomb (le double de ce que l'on retiroit précédemment), en même-temps que l'économie de près de moitié sur les combustibles, provient prin-

cipalement de l'usage d'une espèce de fourneau à manche, de la hauteur d'un décimètre, dit *écossais*, que l'on a substitué aux fourneaux *à manches* élevés ordinaires; enfin l'usage du fourneau à *reverbère*, que l'on a employé pendant cette dernière campagne.

B. Le chef-lieu proprement dit de l'école est placé à Moutiers, petite ville située au milieu des montagnes, à trois myriamètres au-dessous de Pezey. C'est là que sont les salles d'étude, les laboratoires, et que les professeurs donnent leurs leçons théoriques: les leçons pratiques ont lieu tant à Pezey qu'à Conflans, sur les usines et les montagnes environnantes. Le professeur de géologie et de minéralogie a fait, cette année, une course étendue dans les Alpes et dans le Piémont, muni de baromètres et de divers instrumens, qui, en faisant connoître aux élèves une partie de la structure de ces montagnes célèbres, les ont accoutumés à en estimer la hauteur, si difficile à apprécier pour des yeux non exercés.

C. La nouvelle fonderie de Conflans, établie dans une ancienne saline, est située à trois myriamètres au-dessus de Moutiers. Elle est beaucoup mieux pour les combustibles que celle de Pezey; elle est destinée à devenir une vaste *fonderie centrale*, où on apportera une partie des minerais lavés de Pezey, et des filons nombreux qui existent dans les environs souvent sous des glaciers inabordables une grande partie de l'année, et dont les produits isolés ne seroient pas capables d'entretenir des fonderies particulières. On espère y favoriser la fonte par les mélanges de divers minerais déjà reconnus si utiles relativement au fer, et peu pratiqués en France pour le plomb et le cuivre.

On vient d'y établir des digues pour s'opposer aux dévastations de l'Isère qui dans l'hiver est presque à sec, mais qui devient un torrent impétueux lors de la fonte des neiges. On va établir cette année les soufflets à piston, dont l'avantage est aujourd'hui constaté; et l'on espère pouvoir commencer à y fondre l'année prochaine.

L'administration de l'école du Mont-Blanc est composée d'un directeur et de trois professeurs; savoir:

1 de géologie et minéralogie;
1 d'exploitation;
1 de minéralurgie, et accidentellement de docimasie.

Les travaux pratiques, dirigés par l'ingénieur en chef Schreiber, sont conduits et suivis par de jeunes ingénieurs, ou des élèves qui sont reconnus avoir acquis des connoissances suffisantes.

Les élèves sont divisés en deux classes. Ceux de première sont ceux qui ont acquis des points de mérite, auxquels on a donné le nom de *mediums*, dans les six parties de sciences exigées,

savoir : dessin, géologie, minéralogie, exploitation, docimasie et minéralurgie.

Les élèves de la seconde classe sont ceux qui n'ont pas encore acquis tous leurs *mediums*.

Le ministre de l'intérieur, sur la présentation du conseil des mines, vient de nommer ingénieurs ordinaires trois élèves de première classe, qui avoient déjà suivi pendant du temps les travaux pratiques. Ces jeunes ingénieurs doivent encore rester au moins un an sur les écoles, pour y être employés à conduire les travaux.

Il y a aujourd'hui à l'école du Mont-Blanc onze élèves, dont trois de première classe et huit de seconde. Des trois premiers, deux ont été reconnus en état d'être mis hors de concours théoriques, pour se livrer entièrement à la pratique : ils pourront être faits ingénieurs l'année prochaine.

Parmi les élèves de la seconde classe, quatre sont passés l'année dernière de l'Ecole Polytechnique à celle des mines : leur conduite est excellente, et leurs progrès sont rapides, sur-tout ceux de l'élève Leboullenger ; mais ce n'est pas la première fois que le conseil des mines a eu l'occasion de témoigner combien il étoit content des élèves sortis de l'Ecole Polytechnique, qui, non attirés vers ce service par des avantages pécuniaires, s'y sont portés par un goût particulier.

Si, comme il y a lieu de l'espérer, le Gouvernement donne bientôt une organisation plus forte au corps des mines aujourd'hui insuffisant, d'après l'augmentation de l'Empire français, pour la surveillance des usines à fer, de plus de 300 concessions actives, et d'un bien plus grand nombre qui sont demandées, les ingénieurs, les élèves recevront la récompense de leur zèle, et le corps aura besoin l'année prochaine d'un nombre d'élèves supérieur à celui qui a été admis cette année.

Nous pouvons assurer au conseil de perfectionnement que l'école pratique du Mont-Blanc a été formée sans occasionner aucune dépense extraordinaire au Gouvernement.

Depuis l'an 10 jusqu'au commencement de l'an 14, le conseil des mines a remis chaque année, sur les 200,000 fr. destinés annuellement à son service général, 66,000 fr. uniquement employés aux travaux de la mine de Pezey, et aux frais de l'école à Moutiers. Depuis l'an 14, la mine de Pezey suffit à tout ; elle monte la fonderie centrale de Conflans, et soutient environ 400 ouvriers et chefs d'ateliers employés sur ces trois établissemens.

### *École de la Sarre.*

Cette école située près de la forge et ferblanterie de Gislautern, près Sarrebruck, département de la Sarre, va être mise en activité au 1$^{er}$. janvier 1807.

On doit s'y occuper essentiellement de tout ce qui a rapport au travail du fer, afin de parvenir à économiser la main-d'œuvre et les combustibles en conservant sa qualité.

Pour parvenir à ce but important, on doit y établir successivement diverses méthodes pratiquées avec succès dans des pays étrangers, alimenter de hauts fourneaux avec de la houille réduite en coacks, et donner l'exemple de plusieurs procédés avantageusement connus depuis long-temps, mais encore peu pratiqués en France.

## PERSONNEL DES ELÈVES.

La classe des sciences physiques et mathématiques a, dans sa séance du 8 décembre 1806, nommé M. Gay-Lussac à la place vacante dans la section de physique, par la mort de M. Brisson.

M. Valazé, entré à l'école en 1799 (promotion de l'an 7), a été nommé chef de bataillon du génie, le 25 décembre 1806, après la bataille d'Austerlitz, où il s'est distingué.

M. Bernard (Simon) entré à l'Ecole en 1797, a obtenu le même grade; sa nomination est de la même époque (décembre 1806.)

MM. *Biot* et *Arrago*, partis dans le mois d'août 1806 pour l'Espagne, achèvent la mesure de la partie du méridien, dont M. Mechin avoit été chargé.

## ANNONCES.

Recherches arithmétiques, par M. Charles-Frédéric Gauss, de *Brunswick*, traduite par A. C. M. Poullet-Delisle, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, professeur de mathématiques au lycée d'Orléans, 1 vol. *in*-4°. 1807. Ouvrage dédié à M. Laplace.

L'Ecole préparatoire Polytechnique, fondée par M. Hachette avec l'agrément de M. le Gouverneur, a été transférée de la rue de Seine, n°. 6, à la rue de Sève, n°. 106.

# §. III. PERSONNEL.

### *Nomination à des places dans l'Ecole.*

M. le Gouverneur a nommé, cette année (1806), examinateurs pour l'admission dans les services publics,

En *physique* et *géométrie descriptive*, M. Malus.

En *chimie*, . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . M. Vauquelin.

Il a nommé adjoints aux répétiteurs d'analyse MM. Bazaine et Berthier, anciens élèves.

## ADMISSION DANS LES SERVICES PUBLICS.

Le jury présidé par M. le Gouverneur, et composé des deux examinateurs permanens, MM. Legendre et Bossut, et des examinateurs temporaires MM. Vauquelin et Malus, a arrêté le 30 octobre 1806, les listes suivantes, par ordre de mérite, savoir :

Artillerie. — MM. Jaunez, Legagneur, Brianchon, Fraissignes, Phétu, Lallemant A., Foucauld J. E., Drieu, Chabert, Lamorinière, Préveraud, Millet, Dumoulin, Furgaud, Duchemin, Guérin, Lefèvre A. F., Bitsch, Lecourt, Pron, Martin, Duport-Pontcharra, Huet, Colson, Coffinhal, Decamain, Amauri, Lorimier, Hamelin, Poumet, Lamorre, Radoult P. T., Denis, Cartier (aîné), Brussel-Brulard (jeune), Mahé, Graffan, Ancinelle, Duchet, Caux, Seigneurie, Guichou, Lecardinal-Kernier J. A. M. P., Decroix, Auvray, Masquelez, Dumont, Convents, Tardif, Hennocque, Rey, Besse, Mocquot, Bellencontre, Sainte-Marie, Maugras, Lauwereyns, Dovillée, Freslon, Duhamel, Candie St.-Simon, Noblet, Vergé, Tacon, Gayet-Laroche, Lamare, Vezian, Brussel-Brulard (aîné), Maitrot, Pichois, Fourcroy, Vecten . . . . . . . . . . . . . . . . . 72.

Génie-Militaire. — MM. Foucault L. D., Franc, Chambaud, Leviston, Montauban, Amillet P. H., Audoy, Cartront, Morlet, Suhard, Dulçat, Girard, Coppin, Cartier (jeune), Maltzen . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15.

Ponts et Chaussées. — MM. Binet, Dharanguier, Fleury, Quesney, Ginot, Parravey, Mordret, Brémontier, Fresnel, Destrem J. A. M., Lejeune, Constant dit Laguerenne, Boucher J. B. H., Leblanc, Marguet, Henry A. G., Jandel, Maurice, Berdoulat, Spinasse, Rousseau, Méquin, Lemierre, Roel, Vuillet, Vicat, Guiol, Blachez . . . . . . . . . . . . . . . 28.

Mines. — Leboullenger, Voltz (admis en février 1806) (1), Moisson-Desroches, Puvis, Louette, Cocquerel . . . . . . . . . . 6.

Génie-Maritime. — Daviel, Dreppe. . . . . . . . . . . . . . . . 2.

*Nombre total* des élèves admis dans les services publics, en 1806. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 123.

*Admis dans les troupes de ligne en qualité de sous-lieutenant.*

MM. Albrespit, Aubé-Bracquemont, Baillieu (jeune) Belet, Besançon, Bonnaud, Carré, Cerf dit Hertz-Zazarias, Cornil,

(1) MM. Leboullenger et Voltz avoient été déclarés admissibles dans le service des mines, en brumaire an 14; ils étoient restés à l'Ecole Polytechnique en attendant qu'il y eût des places vacantes.

Cuvillier, Daullé, Dollfusz, Donzé, Doulceron, Eudel, Galleto, Garin, Gattée, Genet, Girault P., Gobert, Gouffé, Grivel, Guingret, Labastie, Lallemand F., Lapique, Lecardinal-Kernier F. G. P., Legroux, Marie, Marmion, Massot, Mayer, Meyer, Michel, Navier, Puget, Ribault, Robethon, Sasmayous, Sthème, Tardieu, Vaissière, Vanloo, Varin, Zaiguelius. . 46.

Rivarol, nommé officier dans le régiment d'Isembourg. . 1.

*Nombre total* des élèves admis dans les troupes de ligne en l'an 1806. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 47.

*Démissionnaires.*

MM. Goguillot (8 avril), Prudhomme (17 avril), Gauvain (20 juin), Ganivet (1^er^ août), Gossuin (20 septembre), Belpaire (19 novembre), Busnel (19 novembre), Biet (19 novembre), Ricard (19 novembre). . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 9.

*Morts.*

*A l'infirmerie de l'Ecole.* — MM. Degeac, Mauprel. . . 2.

*Hors de l'Ecole.* — MM. Baillieu (aîné), Bourdonnié, Girod, Pouchot, Feuillot-Varange. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7.

*Nombre total* des élèves sortis de l'Ecole, du 20 novembre 1805 au 20 novembre 1806. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 186.

Le nombre d'élèves composant l'Ecole, au 20 novembre 1805, étoit (*voyez* page 161) de. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 319.

Ce qui porte le nombre d'élèves restant, à . . . . . . . . . . 133.

---

Le tableau suivant, joint à ceux qui précèdent, porte le nombre des élèves admis à l'Ecole, depuis l'époque de son établissement jusqu'au 20 novembre 1806 inclusivement, à. . 1836.

---

Nombre des candidats examinés en 1806. . . . . . . . . . 284.

*Savoir :* A Paris. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 102 }
Dans les départemens. . . . . . . . . 182 } . . . . 284

Nombre des candidats admis en 1806 . . . . . . . . . . . . . 174.

*Savoir :* A Paris. . . . . . . . . . . . . . . . . . . 66 }
Dans les départemens. . . . . . . . 108 } . . . . 174

Le nombre d'élèves non admis dans les services publics, et restant à l'Ecole, est (*même page*) de. . . . . . . . . . . . 133.

Le nombre total des élèves qui composent l'Ecole au 20 novembre 1806, est donc de. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 307.

# LISTE, PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE,

*Des Elèves admis à l'Ecole Polytechnique, suivant la décision du Jury, du 23 octobre 1806.*

| NOMS. | PRÉNOMS. | LIEUX DE NAISSANCE. | DÉPARTEMENS. |
|---|---|---|---|
| Amillet | Josias-Henri-Urbain | Chef Boutonne | Deux Sèvres. |
| Anselmier | Claude-Marie | Chambéry | Mont-Blanc. |
| Antoine | Charles-Laurent | Thiaucourt | Meurthe. |
| Audoury | Joseph | Cahors | Lot. |
| Auricoste | J.-Bapt.-Eugène | Villeréal | Lot-et-Garonne. |
| Avéros | Joseph-Louis. | Estagel | Pyrénées-Orient. |
| Barthez-Lafabrié | L.-Frédéric-Félix | Réalmont | Tarn. |
| Baston - Lariboisière | Honoré-Charles | Fougère | Ille-et-Vilaine. |
| Becquerel | Antoine-César | Chatillon - sur - Loing | Loiret. |
| Belenet | Antoine-Gabriel | Vesoul | Haute-Saône. |
| Bergery | Claude-Lucien | Orléans | Loiret. |
| Bezault | Alexandre - Charles - François | Lisieux | Calvados. |
| Borgognon | J. - F. - Augustin - Victor | Rennes | Ille-et-Villaine. |
| Bourrousse - Lafore | Joseph - Raymond - Clément | Laffore | Lot-et-Garonne. |
| Brémard | Henri -Pierre | Paris | Seine. |
| Bréon | J.-B.-Marie | *idem* | *idem.* |
| Briois | Henri-Edme | Troye | Aube. |
| Burcy | Prosper-Auguste | Creully | Calvados. |
| Cahusac | Marie - Grégoire - Baptiste | Fleurance | Gers. |
| Cailloux | Pierre-Raymond | Paris | Seine. |
| Cassières | Jules | Bordeaux | Gironde. |
| Castagné | André | Villeneuve | Lot-et-Garonne. |
| Caurant | Jean-Pierre-Marie | Gourin | Morbihan. |
| Chapuy (1) | Nicol.-Marie-Jos. | Paris | Seine. |
| Charpentier | François - Emmanuel - Alexandre | Alençon | Orne. |
| Chéron | Stanislas-Victor | Paris | Seine. |

(1) A donné sa démission.

| NOMS. | PRÉNOMS. | LIEUX DE NAISSANCE. | DÉPARTEMENS. |
|---|---|---|---|
| Choumara | Pierre-Marie-Théod. | Nonancourt | Eure. |
| Cloquemin | Antoine-François | Evreux | *idem.* |
| Coessin | Jean-Alexandre | Versailles | Seine-et-Oise. |
| Comte | Alphonse-Louis | Paris | Seine. |
| Conté | Amédée-Louis | *idem* | *idem.* |
| Culmann | Frédéric-Jacques | Anweiller | Mont-Tonnerre. |
| Damey - Saint - Bresson | Claude - Desiré - Marie - Thérèse - Philippe - Victor | Fourg | Doubs. |
| Dargent | Charles-Marie | Soissons | Aisne. |
| Dellac | Jacques-Louis | Alet | Aude. |
| Demoor | François-Joseph | Bruxelles | Dyle. |
| Desnoyers | L. - Marie-François-de-Salles | Neuville | Loiret. |
| Dombey | André-Denis-Philippe | Pont-de-Veyle | Ain. |
| Donzelot | Léonard | Seey | Doubs. |
| Dornier | François-Joseph | Pontarlier | *idem.* |
| Drumel | J.-Joseph-Marie | Paris | Seine. |
| Dubois | L.-Joseph-Félix | Bruxelles | Dyle. |
| Duboy | Jean-Baptiste | Pesme | Haute-Saône. |
| Ducros Saint-Germain | Jean-Pierre | Arreau | Hautes-Pyrénées. |
| Faurie | Dominique-Victor | Bayonne | Basses-Pyrénées. |
| Favier | Joseph. | St.-Gervais | Puy-de-Dôme. |
| Fouju | Jacques-Gabriel | Paris | Seine. |
| Franchessin | Jacques-Victor | Metz | Moselle. |
| Frémond | L.-Antoine-Henri | Angers | Maine-et-Loire. |
| Frissard | Pierre-François | Paris | Seine. |
| Furgole | Pierre-Rose-Vincent | Toulouse | Haute-Garonne. |
| Gabé | Etienne-Philibert Joseph | Paris | Seine. |
| Gailly | Adrien-François- Louis | Charleville | Ardennes. |
| Gardien | Jean-Joseph | Besançon | Doubs. |
| Géant | Charles-Polycarpe | Passavant | Marne. |
| Gerus | Jean-Denis | Cescau | Arriège. |
| Gilles | Bernard-Mathieu. | Nuits | Côte-d'Or. |
| Gislain - Bontain | Alexandre-L.-Jules | Germigny | Yonne. |
| Goeury | Hubert | Callac | Côtes-du-Nord. |
| Gourousseau | Barthelemy-Charles | Paris | Seine. |
| Grandbesançon | Pierre - Antoine - François-Xavier | Breurey-les-Faverney | Haute-Saône. |
| Grandin | Charles-Henri-Pierre. | Elbœuf | Seine-Inférieure. |
| Grandjean | François. | Metz | Moselle. |
| Grillet | Franç. Etienne-Justin | Besançon | Doubs. |
| Gueymard | J.-François-Emile | Corps | Isère. |
| Guibaud | Louis-Honoré | Dourgne | Tarn. |

| NOMS. | PRÉNOMS. | LIEUX DE NAISSANCE. | DÉPARTEMENS. |
|---|---|---|---|
| Guyton | Louis-Bernard | Charleville | Ardennes. |
| Hénin | J.-Marie-Victor | Paris | Seine. |
| Jacomet | Nic.-Onufre-Sim. | Prades | Pyrénées-Orient. |
| Jacques | Jean-Nicolas | Vilcey-sur-Trey | Meurthe. |
| Janin dit Lescure | Benoît-Joseph | Saint-Etienne | Loire. |
| Jemois | Henri | Moulins | Allier. |
| Jeufosse | Amédée-Joseph-Alexandre | Saint-Aubin-sur-Gaillon | Eure. |
| Jobert | Honoré-Louis | Gevigney | Haute-Saône. |
| Joffre | Pierre-J.-Joseph | Rivesaltes. | Pyrénées-Orient. |
| Journet | Jean-Frédéric | Ganges | Hérault. |
| Lafitte | Gabriel-L.-Marie-Victor | Agen | Lot-et-Garonne. |
| Lagarde | Eugène-Louis | Pommeuse | Seine-et-Marne. |
| Lamy | Jean-Nicolas | Salins | Jura. |
| Langlois | Jean-Charles | Beaumont | Calvados. |
| Lanoue | Guil.-Tous.-Marie | Marsal | Meurthe. |
| Lanty | François-Victor | Metz | Moselle. |
| Lapipe | Angélique - François - Jean-Baptiste | Paris | Seine. |
| Larigaudie | Pierre-François | St-Hilaire-d'Estissac | Dordogne. |
| Laurent | François | Pont-à-Mousson | Meurthe. |
| Leboulanger | J.-Louis-Edouard | Fosseuse | Oise. |
| Lebreton | Clément-Marie | Quimper | Finistère. |
| Legendre | Augnstin-Charles | Paris | Seine. |
| Leguay | J.-Marie-Vincent | Rennes | Ille-et-Villaine. |
| Lemercier | François-Auguste | Caudebec - les - Elbœuf | Seine-Inférieure. |
| Lepasquier | Ambroise-Augustin | Turny | Yonne. |
| Lepescheur de Branville | Charles-Camille | Paris | Seine. |
| Le Rey | Joseph-François | Bastia | Golo. |
| Leroux | Paul-Marie | Aunay | Calvados. |
| Leroux Douville | Louis | Epinal | Vosges. |
| Leroy | François-André | Rouen | Seine-Inférieure. |
| Leroy | Joseph | Paris | Seine. |
| Letocart | Louis-Guillaume-Alexis-Joseph | Dunkerque | Nord. |
| Locher | Jules - César - Charles - Joseph | Hesdin | Pas-de-Calais. |
| Mallet | Jacques | Dieppe | Seine-Inférieure. |
| Mangin Douence | Ant.-Jos.-Frédéric | Versailles | Seine-et Oise. |
| Marcellin | Pierre-Adrien | Paris | Seine. |
| Marcilly | Denis-Louis-René | Senlis | Oise. |

| NOMS. | PRÉNOMS. | LIEUX DE NAISSANCE. | DÉPARTEMENS. |
| --- | --- | --- | --- |
| Maricz | Charles-Edme-Franç.-Xavier-Michel. | Romans | Drôme. |
| Martin | Benjamin | Villeneuve-les-Béziers | Hérault. |
| Mauviel | Jean-Marie-Clair | Guingamp | Côtes-du-Nord. |
| Mayer Marx | Lazare | Nancy | Meurthe. |
| Ménard | Adr.-L.-Hyacinthe | Paris | Seine. |
| Merlin | Paul-Christophe-Elisabeth | Thionville | Moselle. |
| Million | Jean-Louis | Lyon | Rhône. |
| Moreau | Charles-Louis | Bar-sur-Ornain | Meuse. |
| Morisset Dubréau | Henri-Symphorien | Triguères | Loiret. |
| Mosseron d'Amboise | Louis-Jacques | Chaumont | Haute-Marne. |
| Moulin | Pierre-Nicol.-Arsène | Argences | Calvados. |
| Mounier | Maurice-Théodore-Casimir | St.-Jouin-sous-Chatillon | Deux-Sèvres. |
| Nancy | Anne-Philib.-Franç. | Dijon | Côte-d'Or. |
| Négrier | André-Charles | Neuvy-la.Loi | Indre-et-Loire. |
| Paulet | J.-François-Ami | Genève | Léman. |
| Pellegrin | Séraph.-Dominique | Grenoble | Isère. |
| Pellegrini | J.-Claude-Frédéric-Alexis | Chambéry | Mont-Blanc. |
| Pérès | Paul-Flor.-Marguerite | Boulogne | Haute-Garonne. |
| Périsse (1) | Antoine-François | Carignan | Ardennes. |
| Petit | J.-B.-Joseph | Moncheaux | Pas-de-Calais. |
| Philippi | André-François | Ajaccio | Liamone. |
| Picher Grand-champ | François-Marie | Lyon | Rhône. |
| Piéverd | Nicolas | Toul | Meurthe. |
| Pintedevin-Dujardin | Benjamin | St.-Servan | Ille-et-Villaine. |
| Pirard | Jean-Pierre | Namur | Sambre-et-M. |
| Pissin | Alexandre-Auguste-F.-Victor-Pascal-Marcellin-Marie-Thérèse-Joseph | Aix | B.-du-Rhône. |
| Pissin | Bruno-François-César-J.-L.-Joseph-Martial-Raymond-Paul-Thimothée. | *idem* | *idem.* |
| Poillevé de la Guérinais | Théodore-Joseph-Marie | La Bouexière | Ille-et-Villaine. |

(1) A donné sa démission.

| NOMS. | PRÉNOMS. | LIEUX DE NAISSANCE. | DÉPARTEMENS. |
|---|---|---|---|
| Poirée | Antoine-Jules | Soissons | Aisne. |
| Poirier | François-Julien | Versailles | Seine-et-Oise. |
| Poulain | Delphin | Carignan | Ardennes. |
| Pretet | Marie-Joseph | Cramans | Jura. |
| Prévost | Guillaume-Ambroise | Toulouse | Haute-Garonne. |
| Prevost Gagemon | Charles-Joseph | St.-Martin-les-Melles | Deux-Sèvres. |
| Prisye | Antoine-Gaspard | Nevers | Nièvre. |
| Puymirol | Joseph-Louis | Sirac | Gers. |
| Raffard | Jean Antoine | Serrières | Ardèche. |
| Rambaud | Barthélemy-Augustin | Grenoble | Isère. |
| Raoul | Louis-Nicolas | Rouceux | Vosges. |
| Ratoin | Annet-Gilbert | Pont-Gibaud | Puy-de-Dôme. |
| Raymond | Antoine-Louis-Jacques-François | St.-Laurent-du-Var | Var. |
| Regneault | J.-B.-Victor | Lunéville | Meurthe. |
| Reydellet | Hector-Amédée Armand | Nantua | Ain. |
| Rieu | Jean-Louis | Genève | Léman. |
| Rigal | Pierre | Beauville | Lot-et-Garonne. |
| Rigal | Henri | Creveldt | Roër. |
| Robinot | Guillaume-F.-Marie | Crehen | Côtes-du-Nord. |
| Rolland | Paul-Guillaume-Casim. | Limoux | Aude. |
| Romagnie | Augustin-Louis | Paris | Seine. |
| Roussel | Frédéric-Guillaume | Caen | Calvados. |
| Roussel Galle | Claude-F.-Xavier | Assey | Jura. |
| Royer | Claude-Hugues | Moissey | *idem.* |
| Royou | L.-Gustave-Adophe | Quimper | Finistère. |
| Savoye | Paul | Voelkling. | Sarre. |
| Souhait | Marie-L.-Joseph | Saint-Dié | Vosges. |
| Staël (1) | Auguste-Louis | Paris | Seine. |
| Sudour | F.-Julien-Charles | Tulle | Corrèze. |
| Ste.-Aldegonde | Charles-Camille-Jos.-Balthazard | Paris | Seine. |
| Tessier | André | Port-au-Prince | Isle S.-Doming. |
| Teichmann | J.-Théodore-Frédéric | Venlo | Meuse-inférieure. |
| Thoumas | Alexandre-François | Laurière | Haute-Vienne. |
| Toussaint (2) | Aimé-Michel | Lesneven | Finistère. |
| Toytot | Augustin-Catherine | Gissey-le-Vieil | Côte-d'Or. |
| Travers | Benjamin-Marie-Michel | Paris | Seine. |
| Vathaire | Louis | Troye | Aube. |
| Vialay | Alexis-Lazare | Château-Chinon | Nièvre. |

(1) A donné sa démission.

(2) *Idem.*

| NOMS. | PRÉNOMS. | LIEUX DE NAISSANCE. | DÉPARTEMENS. |
|---|---|---|---|
| Viard | Anatole-Ferdinand | Paris | Seine. |
| Vigier | Guillaume-Henri-Ch.-Marie-Paul | Mézin | Lot-et-Garonne. |
| Vincenot | F.-L.-Alexandre | Pont-à-Mousson | Meurthe. |
| Viollet | Jean-Hilaire | Chef Boutonne | Deux-Sèvres. |
| Vuilleret | Joseph | Besançon | Doubs. |

## §. IV. ACTES DU GOUVERNEMENT.

*Extrait des minutes de la Secrétairerie-d'État.*

Au Palais de St.-Cloud, le 5 septembre 1806.

Napoléon, Empereur des Français et Roi d'Italie,

Sur le rapport de notre Ministre de l'Intérieur, nous avons décrété et décrétons ce qui suit :

Art. Ier. Il sera réservé par année deux places dans l'Ecole Polytechnique aux élèves de l'Université de Lucques.

Art. II. Les élèves de l'Université de Lucques, qui prétendront à des places, se rendront à Turin ou à Gênes, à l'époque des examens qui auront lieu dans l'une ou l'autre de ces villes, pour y être examinés, et ne seront admis qu'autant qu'ils auront été jugés avoir les connoissances requises à remplir les conditions exigées.

Art. III. Notre Ministre de l'Intérieur est chargé de l'exécution du présent décret.

---

Par décret du 31 juillet 1806 S. M. a nommé directeur-général des revues et de la conscription militaire, M. le conseiller-d'état Lacuée, Gouverneur de l'École Impériale Polytechnique, etc.

C

L'É

§. I

*Solu*

J'
la so
analy
lytec
ils a
M.
l'Éco
de I
pas
l'obj
conf
lyse
Il
côté
déte
ne I
six
donc
souc
duit
trou